

## 5–6-YEAR-OLD CHILDREN’S MATHEMATICAL MODELING SKILLS IN PARTICIPATING MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES

Nguyen Thi Hoang Vi

*Faculty of Education, Thu Dau Mot University,  
Binh Duong province, Vietnam*

Corresponding author: Nguyen Thi Hoang Vi,  
e-mail: [vinth@tdmu.edu.vn](mailto:vinth@tdmu.edu.vn)

Received August 18, 2024.

Revised September 23, 2024.

Accepted October 2, 2024.

## KĨ NĂNG MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CỦA TRẺ MẪU GIÁO 5-6 TUỔI KHI THAM GIA HOẠT ĐỘNG MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC

Nguyễn Thị Hoàng Vi

*Khoa Sư phạm, Trường Đại học Thủ Dầu Một,  
tỉnh Bình Dương, Việt Nam*

Tác giả liên hệ: Nguyễn Thị Hoàng Vi,  
e-mail: [vinth@tdmu.edu.vn](mailto:vinth@tdmu.edu.vn)

Ngày nhận bài: 18/8/2024.

Ngày sửa bài: 23/9/2024.

Ngày nhận đăng: 2/10/2024.

**Abstract.** Contributing to the research on mathematics education for preschool children, the author has designed a mathematical modeling activity suitable for the expected results in familiarizing yourself with some basic concepts in the field of cognitive development education and implementation to encourage preschool children 5-6 years old to participate. Thereby analyzing the manifestations of mathematical modeling skills based on the proven tool *Rubric Evaluation of Mathematical Modeling Process* (REMMP). The results show that 5-6-year-old preschool children have gradually implemented the stages of the Mathematical modeling process and have specific manifestations of Mathematical modeling skills. That is the basis for the author to boldly propose incorporating mathematical mathematics into the mathematics education process for children in kindergarten to create opportunities for children to practice developing Mathematical modeling skills and increase the effectiveness of mathematics education for children.

**Keywords:** Mathematical modeling, skills, getting acquainted with mathematics, mathematics education.

**Tóm tắt.** Góp phần vào công cuộc nghiên cứu giáo dục Toán học cho trẻ lứa tuổi Mầm non, tác giả đã thiết kế một hoạt động mô hình hóa Toán học (MHHTH) phù hợp với kết quả mong đợi ở nội dung làm quen với một số khái niệm sơ đẳng về toán và tổ chức thực hiện khuyến khích trẻ mẫu giáo 5-6 tuổi tham gia. Qua đó phân tích các biểu hiện của kĩ năng MHHTH dựa vào công cụ đã được kiểm chứng “Đánh giá quá trình mô hình hóa Toán học” (REMMP). Kết quả cho thấy trẻ mẫu giáo 5-6 tuổi đã từng bước thực hiện các giai đoạn của quy trình MHHTH và có những biểu hiện cụ thể của kĩ năng MHHTH. Đó là cơ sở để tác giả đề xuất đưa MHHTH vào quá trình giáo dục Toán học cho trẻ ở trường Mầm non tạo cơ hội cho trẻ thực hành phát triển kĩ năng MHHTH, tăng hiệu quả giáo dục Toán học cho trẻ.

**Từ khóa:** Mô hình hóa Toán học, kĩ năng, làm quen với toán, giáo dục Toán học.

## 1. Mở đầu

Giáo dục Toán học phải tạo cho trẻ cơ hội “được hướng dẫn” để thực hành “sáng tạo lại” Toán học (De Corte et al., 1996) [1], điều này hàm ý cách tiếp cận Toán học không phải như một hệ thống khép kín (tức là học để ghi nhớ các biểu tượng toán đã có sẵn) mà như một quá trình

Toán học hóa (tức là bắt đầu từ thế giới thực để tìm hiểu, sử dụng vốn biểu tượng Toán học, kĩ năng, thao tác Toán học đã có của bản thân để phân tích, suy luận, giải quyết... và từng bước “sáng tạo lại” Toán học). Theo đó, Hội đồng Giáo viên Toán học Quốc gia (NCTM) tại Hoa Kỳ cũng đề cập đến Toán học trực quan, Toán học không chính thức và cho rằng chúng là một cơ sở cần thiết để trẻ tiếp cận Toán học chính thức (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Toán học trong giáo dục mầm non được tiếp cận như một nền tảng giúp trẻ tìm hiểu về thế giới xung quanh và thích nghi với thế giới này; thuật ngữ “Toán học không chính thức” đã được sử dụng để chỉ về toán sơ đẳng ban đầu mà trẻ dùng để diễn giải về môi trường xung quanh trực tiếp tác động đến chúng (Alsina & León, 2016) [2]. Tham luận (Niss, 2003) [3] chỉ ra sự cần thiết phải định hướng việc giảng dạy dựa trên tình huống có vấn đề và tiến hành thực hiện các quá trình Toán học dẫn đến việc hình thành kĩ năng, năng lực Toán học. Alsina cũng khẳng định rằng việc giáo dục Toán học cho trẻ cần thực hiện theo quy trình Toán học (Alsina i Pastells, 2012) [4]. Các giai đoạn theo quy trình Toán học được xác định nhằm hướng đến phát triển các năng lực Toán học cho trẻ là: giải quyết vấn đề; lập luận; giao tiếp; trình bày; kết nối (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) [5]. Bên cạnh đó, Hội đồng Nghiên cứu Quốc gia (Kilpatrick, 2010) [6] nhấn mạnh rằng quy trình MHHTH đóng vai trò trung tâm trong việc phát triển năng lực Toán học. MHHTH là một quá trình sử dụng Toán học để biểu diễn, phân tích, đưa ra dự đoán và cung cấp thông tin về các hiện tượng của thế giới thực (COMAP and SIAM, 2019) [7]. Các nghiên cứu đã chỉ rõ ưu thế của việc kết nối trẻ với các tình huống có ý nghĩa Toán học, tạo cho trẻ có nhu cầu giải quyết vấn đề trong tình huống bằng cách sử dụng các yếu tố Toán học như (Papic et al., 2011); (Ruiz-Higueras et al., 2011); (Alsina & Salgado, 2021); (Salgado & Alsina, 2023) [8]-[11] và kết quả của các nghiên cứu đều khẳng định trẻ lứa tuổi Mẫu giáo có thể tham gia thực hiện các hoạt động mô hình hóa Toán học. Quy trình hoạt động MHHTH do (Blum & Leiß, 2007) [12] đề xuất gồm 7 giai đoạn: nhận diện vấn đề, cấu trúc vấn đề, Toán học hóa, thao tác Toán học, giải thích, kiểm chứng và thuyết trình. Việc áp dụng quy trình MHHTH vào tổ chức các hoạt động cho trẻ làm quen với toán vẫn chưa được nghiên cứu một cách chính thống và triển khai rõ ràng ở Việt Nam. Mặc dù nhiều giáo trình về phương pháp hình thành biểu tượng toán cho trẻ (Đỗ Thị Minh Liên, 2011) (Trương Thị Xuân Huệ., 2015) [13]-[14] cũng đề cập đến phương pháp mô hình hóa tuy nhiên chỉ mô tả phương pháp này trong tình huống giáo viên sử dụng mô hình để mô tả, khái quát lại một vấn đề ví dụ khái quát lại các khả năng tách một nhóm thành hai nhóm. Bên cạnh đó, các tài liệu cũng xác nhận khả năng MHH của trẻ mẫu giáo nhưng chưa có tài liệu nào đề cập đến việc áp dụng MHHTH tạo cơ hội cho trẻ giải quyết vấn đề bằng cách lập mô hình và sử dụng Toán học để biểu diễn, phân tích, đưa ra dự đoán hoặc cung cấp thông tin về các hiện tượng trong thế giới thực cũng như sử dụng mô hình để đưa ra cách giải quyết. Do đó tác giả đã nghiên cứu và thiết kế hoạt động MHHTH cho trẻ mẫu giáo 5-6 tuổi tham gia và quan sát các biểu hiện của kĩ năng MHHTH ở trẻ MG 5-6 tuổi để xác định mức độ thực hiện đồng thời làm cơ sở đề xuất áp dụng phương pháp này vào giáo dục Toán học nhằm tạo điều kiện cho trẻ học toán một cách có ý nghĩa, nâng cao hiệu quả của việc hình thành biểu tượng toán.

## **2. Nội dung nghiên cứu**

### **2.1. Một số khái niệm**

#### **2.1.1. Mô hình hóa Toán học**

Hiện nay, có nhiều định nghĩa và mô tả về khái niệm mô hình hóa Toán học (MHHTH) được chia sẻ trong lĩnh vực giáo dục Toán học. Trong bài viết này, tác giả lựa chọn một số định nghĩa MHHTH gắn với khả năng thực hiện của trẻ mẫu giáo như sau:

Theo (Griesel, 2005) [15], MHH là quá trình khai triển một mô hình dựa trên việc ứng dụng và sử dụng nó để giải quyết vấn đề. Theo (Greefrath, 2016) [16], xem xét trong môi trường Toán học và cho rằng MHH là một chu trình chuyển dịch qua lại giữa thực tế và Toán học.

Alsina and Salgado trong công bố *Early mathematical modelling: first steps in the process of translation between real-world contexts and mathematics* đưa ra khái niệm MHHTH là một quá trình, trong khuôn khổ giải quyết các vấn đề thực tế, giúp tạo ra các mô hình đầu tiên để phân tích, giải thích và hiểu thực tế từ kiến thức Toán học mà trẻ mẫu giáo tự huy động (Alsina & Salgado, 2020) [17].

MHH là toàn bộ quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tế sang vấn đề Toán học và ngược lại cùng với mọi thứ liên quan đến quá trình đó, từng bước xây dựng lại tình huống thực tế, quyết định một mô hình Toán học phù hợp, làm việc trong môi trường toán, giải thích đánh giá kết quả liên quan đến tình huống thực tế và đôi khi cần phải điều chỉnh các mô hình, lặp lại quá trình nhiều lần cho đến khi đạt được một kết quả hợp lí (Trần Vui, 2014) [18].

Dựa vào các khái niệm trên, tác giả đề xuất khái niệm MHHTH áp dụng với trẻ mẫu giáo: MHHTH là quá trình thực hiện chuyển đổi qua lại giữa thực tế và Toán học thông qua xây dựng và tương tác với mô hình Toán học nhằm giải quyết vấn đề bao gồm các giai đoạn: nhận diện, cấu trúc, Toán học hóa, thao tác Toán học, giải thích, kiểm chứng và trình bày.

Như vậy hoạt động MHHTH trong khuôn khổ là một hoạt động LQVT thì bên cạnh hướng đến mục tiêu giúp trẻ hình thành các biểu tượng Toán học sơ đẳng như: số lượng, kích thước, hình dạng, không gian và thời gian thì hoạt động này cần mang lại cơ hội cho trẻ thực hành sử dụng Toán học để giải quyết các vấn đề trong cuộc sống hằng ngày một cách hiệu quả. Quy trình thực hiện MHHTH bao gồm việc nhận diện tình huống có vấn đề (nhận diện); huy động vốn kiến thức để giải quyết vấn đề bằng cách đơn giản hóa vấn đề (cấu trúc); chuyển dịch thành các yếu tố Toán học và thực hiện xây dựng các mô hình bao gồm mô hình bằng vật thay thế, sơ đồ trong đó các biểu diễn bằng kí hiệu, hình vẽ được thể hiện (Toán học hóa); thực hiện các thao tác Toán học để thu được mô hình phù hợp (thao tác Toán học); sử dụng lời nói để giải thích ý tưởng toán học cũng như cách giải quyết vấn đề Toán học (giải thích); đánh giá hiệu quả của mô hình và giải pháp đã chọn lựa (kiểm chứng); trình bày lại toàn bộ quá trình thực hiện gồm: giải thích, lập luận, thuyết phục...(trình bày). Phương tiện ban đầu của quá trình MHHTH là vốn kinh nghiệm, là vốn biểu tượng toán, là các thao tác Toán học... của trẻ. Sau đó phương tiện thể hiện ra bên ngoài những suy nghĩ, phân tích, lập luận, phán đoán... của trẻ đó là mô hình hay còn gọi là mô hình Toán học. Như vậy sản phẩm của quá trình MHHTH là mô hình và mô hình cũng chính là phương tiện để hỗ trợ giải quyết vấn đề thông qua các thao tác Toán học như: đếm, so sánh, ghép tương ứng, sắp xếp theo thứ tự...

### 2.1.2. Kỹ năng mô hình hóa Toán học

Hoàng Phê định nghĩa rằng: KN là khả năng vận dụng những kiến thức đã thu nhận được trong một lĩnh vực nào đó áp dụng vào thực tế (Hoàng Phê, 2009) [19]. Theo nhà tâm lí Đặng Thành Hưng: KN là một dạng hành động được thực hiện tự giác dựa trên tri thức về công việc, khả năng vận động và những điều kiện sinh học - tâm lí khác của cá nhân như nhu cầu, tình cảm, ý chí, tính tích cực cá nhân để đạt được kết quả theo mục đích hay tiêu chí đã định, hoặc mức độ thành công theo chuẩn hay qui định.(Đặng Thành Hưng., 2010) [20].

Như vậy, có thể nói KN là việc định hướng, thực hiện hiệu quả một nhiệm vụ nào đó trên cơ sở vận dụng những tri thức, kinh nghiệm đã có phù hợp với những điều kiện và hoàn cảnh nhất định.

Dựa trên khái niệm KN và MHHTH tác giả đưa ra khái niệm *kỹ năng MHHTH là việc định hướng, thực hiện hiệu quả quá trình giải quyết vấn đề trên cơ sở sử dụng vốn kinh nghiệm để xây dựng MHTH và tương tác với nó trong đó bao gồm toàn bộ các giai đoạn chuyển đổi qua lại giữa thực tế và Toán học.*

## 2.2. Phân tích kỹ năng mô hình hóa Toán học của trẻ mẫu giáo 5-6 tuổi trong quá trình tham gia hoạt động mô hình hóa Toán học

### 2.2.1. Định hướng quan sát kỹ năng mô hình hóa Toán học của trẻ mẫu giáo 5-6 tuổi trong quá trình tham gia hoạt động mô hình hóa Toán học

Theo khái niệm KN MHHTH đã đưa ra ở trên thì KN MHHTH là việc trẻ định hướng và thực hiện hiệu quả các giai đoạn của quá trình MHHTH (nhận diện, cấu trúc, Toán học hóa, làm việc Toán học, diễn giải, kiểm chứng, trình bày) nhằm giải quyết vấn đề được đặt ra. Toalongo-Guamba và cộng sự đã đề xuất sử dụng tiêu chí REMMP để đánh giá KN MHHTH của trẻ MG 5-6 tuổi (Toalongo et al., 2022) [21]. Công cụ này được thiết kế với quan niệm rằng REMMP vừa dùng để hướng dẫn quá trình thực hiện vừa là thang đo đánh giá trong đó các mức độ thực hiện được thiết lập tăng dần với từng giai đoạn trong quy trình MHHTH. REMMP còn được gọi là phiếu hướng dẫn quá trình thực hiện vì ngoài chức năng đánh giá KN MHHTH thì nó còn là công cụ hướng dẫn cho người dạy tổ chức thực hiện hoạt động cho trẻ LQVT theo quy trình MHHTH. Các chỉ số dành cho Giáo dục Mầm non trong công cụ REMMP được Toalongo-Guamba và cộng sự thiết kế cụ thể là:

Các KN thành phần	Chỉ số tương ứng
1. Nhận diện	1.1. Liên hệ nội dung tình huống có vấn đề với kiến thức đã có.
	1.2. Đặt câu hỏi liên quan đến tình huống có vấn đề
	1.3. Nêu rõ mấu chốt để giải quyết vấn đề, ví dụ: một mô hình, một sơ đồ, một biểu đồ, một bản vẽ,...
	1.4. Thể hiện các đặc điểm chính qua phát họa của tình huống có vấn đề.
2. Cấu trúc	2.1. Xác định các yếu tố chính của tình huống có vấn đề
	2.2. Đề xuất các ý tưởng/giả định góp phần vào việc đơn giản hóa tình huống có vấn đề
3. Toán học hóa	3.1. Thay thế các đối tượng thực bằng yếu tố Toán học.
	3.2. Giải thích ý nghĩa của các yếu tố Toán học.
4. Làm việc Toán học	4.1. Sử dụng nhiều chiến lược khác nhau tùy theo lứa tuổi để đưa ra giải pháp giải quyết tình huống có vấn đề
	4.2. Sử dụng các yếu tố Toán học phù hợp với lứa tuổi để giải quyết tình huống có vấn đề
	4.3. Có được mô hình Toán học ban đầu nhờ kết quả của giai đoạn trước
5. Giải thích	5.1. So sánh giải pháp với tình huống có vấn đề ban đầu.
	5.2. Lập luận về giá trị của kết quả thu được.
6. Xác nhận/ kiểm chứng	6.1. Chứng minh mô hình đề xuất bằng các lí lẽ phù hợp
	6.2. Đánh giá xem mô hình thu được giải quyết một phần hay tổng thể cho tình huống ban đầu.
7. Trình bày/thuyết trình	7.1. Giải thích lí do đưa ra các quyết định trong mỗi một giai đoạn của quá trình
	7.2. Giải thích mô hình thu được áp dụng trong trường hợp của bối cảnh thực tế, phạm vi và những hạn chế của nó thông qua ngôn ngữ phù hợp với độ tuổi.
	7.3. Sử dụng các loại ví dụ, cách trình bày khác nhau, sơ đồ, hình vẽ, đồ thị, bảng giá trị, ngôn ngữ biểu tượng,...
	7.4. Trong trường hợp sử dụng công nghệ ở một hoặc nhiều giai đoạn của quy trình thì nêu rõ khi nào, như thế nào và tại sao sử dụng
	7.5. Lắng nghe phản hồi hoặc đề xuất của bạn và giáo viên
	7.6. Sử dụng ngôn ngữ phù hợp để trả lời những phản hồi hoặc đề xuất của bạn và giáo viên.

Tác giả sử dụng công cụ REMMP là để phân tích các biểu hiện của kỹ năng MHHTH của trẻ MG 5-6 tuổi đồng thời xác nhận sự hiện diện hay vắng mặt của các chỉ số ở từng giai đoạn trong quy trình MHHTH.

## 2.2.2. Mô tả kết quả quan sát kỹ năng mô hình hóa Toán học của trẻ mẫu giáo 5-6 tuổi trong quá trình tham gia hoạt động mô hình hóa Toán học

Bài viết thực hiện nghiên cứu về việc tham gia hoạt động MHHTH của trẻ MG 5-6 tuổi của trường Mầm non Hạnh Phúc, qua đó mô tả và phân tích kỹ năng MHHTH. Thời gian nghiên cứu là tháng học cuối cùng của trẻ ở trường Mầm non (tháng 5/2024).

Tiến trình hoạt động MHH được thực hiện theo 4 bước như sau: (1) Nhận diện vấn đề: Trẻ xác định yếu tố bản chất của vấn đề; (2) Lập MHTH ban đầu: Trẻ liên hệ các yếu tố cốt lõi của vấn đề với các biểu tượng toán để kí hiệu, biểu diễn bằng ngôn ngữ Toán học (kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ); (3) Tương tác với MHTH: Trẻ lựa chọn phương tiện, công cụ để thực hiện (đo, đếm, cân...) và tìm ra câu trả lời phù hợp; (4) Trình bày kết quả: Trẻ trình bày quá trình hình thành ý tưởng, lập luận, lựa chọn và giải thích cách giải quyết vấn đề bằng MHTH. (Nguyễn Thị Hoàng Vi, 2024) [22].

### a. Giai đoạn 1. Nhận diện vấn đề: xác định yếu tố bản chất của vấn đề

Trong giai đoạn này giáo viên tạo tình huống kết nối trẻ với tình huống có ý nghĩa Toán học để ở trẻ xuất hiện nhu cầu thực hiện nhiệm vụ. Giáo viên trình bày là sắp tới trường chúng ta sẽ tổ chức một buổi tiệc buffet để tổng kết năm học và chia tay các bạn lớp Lá vì các bạn sẽ vào học ở trường tiểu học trong năm học tới. Trong buổi tiệc thì có chuẩn bị bánh pizza cho các bạn ở trường mình và để bánh pizza được đáp ứng nhu cầu của các bạn và tránh lãng phí thì cô hiệu trưởng hy vọng lớp chúng mình sẽ hỗ trợ nhà trường thiết kế menu bánh pizza cho các bạn chọn trước và dựa vào sự chọn lựa của các bạn thì trường sẽ làm theo đúng số lượng bánh và đúng yêu cầu các bạn đã chọn.

Với nhiệm vụ cụ thể này, trẻ rất hứng thú vì với tâm thế rất muốn hỗ trợ cô hiệu trưởng, mong muốn thiết kế mô hình bánh pizza phù hợp để hỗ trợ nhà trường. Cô hỏi “bánh pizza thì như thế nào nhỉ?” Với câu hỏi để khơi gợi trẻ huy động vốn kinh nghiệm của bản thân này đã làm trẻ hứng thú vì các trẻ đều đã ăn bánh pizza và đều rất ấn tượng về bánh này nên tranh nhau trả lời rằng: bánh pizza có **hình tròn**; bánh pizza có **nhều** topping như thịt, trứng, xúc xích, rau củ... **ở trên**; bánh pizza có **nhều màu sắc: đỏ, vàng, xanh...**; có bánh **to**, bánh **nhỏ**; **một** cái bánh nhưng cắt ra được **nhều** miếng bánh **nhỏ**, khi ăn thường cắt bánh ra thành **hình tam giác**.

Cô chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm 5 trẻ, yêu cầu các nhóm thảo luận với nhau về nhiệm vụ và có thể sử dụng các vật liệu (giấy, hình tròn, topping: rau củ, xúc xích, trứng...) ở góc để thử bố trí và thảo luận cách thiết kế menu phù hợp.

Trong giai đoạn này, để tìm kiếm dữ liệu cô giáo đã cho trẻ đến góc có các vật liệu để trẻ quan sát và tự do thảo luận.

GV: Con sẽ lựa chọn các phương tiện nào để mô tả bánh pizza?

Trẻ AA: Dạ con cần có **hình tròn** để làm bánh pizza ạ

Trẻ BB: Dạ con lấy **nhều** topping như rau củ, xúc xích, trứng... để **ở trên**

Trẻ CC: Dạ để làm menu thì con lấy **nhều hình tròn to và nhỏ** để cho các bạn lựa chọn.

Trẻ DD: Dạ con lấy **nhều hình tròn** để làm **nhều loại** bánh pizza (**với mỗi loại là 1** topping khác nhau).

Qua thảo luận trên có thể xác định được các chỉ số ở giai đoạn nhận diện vấn đề của trẻ thể hiện rất rõ như 1.1) *Liên hệ nội dung tình huống có vấn đề với kiến thức đã có* và 1.2) *Đặt câu hỏi liên quan đến tình huống có vấn đề*. Như vậy nếu được khơi gợi thì trẻ rất tích cực thực hiện khả năng sử dụng vốn kinh nghiệm để phân tích và hiểu vấn đề. Bên cạnh đó chỉ số 1.3) *Nêu rõ mấu chốt để giải quyết vấn đề, ví dụ: một mô hình, một sơ đồ, một biểu đồ, một bản vẽ,...* thì các trẻ đã suy nghĩ và lựa chọn qua gợi ý của cô giáo “ngoài những phương tiện như hình tròn và các

topping mà các con lựa chọn để mô tả bánh pizza thì mình cần phương tiện gì để trình bày menu không? Với gợi ý này các trẻ bắt đầu chú ý đến giấy để dán mô hình hoặc vẽ bánh pizza (hình thức trình bày menu).

Trẻ EE: Nên dùng giấy bìa cứng này để vẽ bánh pizza.

Trẻ GG: Dùng giấy bìa cứng này để dán mô hình bánh pizza vào làm menu 3D cho đẹp.

Tới đây, các nhóm trẻ thống nhất với nhau và bắt đầu lấy vật liệu. Về cơ bản trẻ đã xác định được các yếu tố ảnh hưởng đến việc thiết kế menu như: Phương tiện trình bày menu là giấy bìa cứng, số lượng bánh pizza trong menu, kích thước của bánh, độ lớn topping so với bánh, vị trí sắp xếp các bánh trong menu, vị trí sắp xếp các topping trên bánh... Cụ thể trẻ thảo luận rằng:

Nhóm 1: Các thành viên trong nhóm thảo luận với nhau và đi đến thống nhất số lượng bánh trong menu là 3 và kích thước các bánh phải bằng nhau và chọn vật liệu tương ứng.

Nhóm 2: Các thành viên trong nhóm thảo luận với nhau và đi đến thống nhất số lượng bánh trong menu là 3 và kích thước các bánh không bằng nhau và chọn vật liệu tương ứng.

Nhóm 3: Các thành viên trong nhóm thảo luận với nhau và đi đến thống nhất số lượng bánh trong menu tùy thuộc vào các topping có thể được nhiều bạn ưa thích như: trứng, xúc xích, rau củ, thập cẩm và chọn vật liệu tương ứng.

Nhóm 4: Các thành viên trong nhóm thảo luận với nhau và đi đến thống nhất chọn giấy cứng để vẽ bánh pizza vì các topping nên được cắt nhỏ và rải đều lên bề mặt bánh.

Sau khi thảo luận xong tại góc lấy vật liệu thì các nhóm lựa chọn phương tiện, vật liệu và quay về bàn (vị trí làm việc của nhóm) để thực hiện ý tưởng.

Như vậy nếu được hướng dẫn thì ở giai đoạn hiểu này trẻ đã có biểu hiện thực hiện các kĩ năng thành phần rất rõ ràng và đạt được các chỉ số theo phiếu đánh giá REMMP.

***b. Giai đoạn 2. Lập MHTH ban đầu: Trẻ liên hệ các yếu tố cốt lõi của vấn đề với các biểu tượng toán để kí hiệu, biểu diễn bằng ngôn ngữ Toán học (kí hiệu, hình vẽ, sơ đồ, mô hình).***

Giai đoạn này trẻ đã lấy vật liệu về và bắt đầu thiết kế menu bánh pizza (chú ý đến các yếu tố Toán học trong quá trình thiết kế menu bánh pizza).

Nhóm 1: Chọn **hình tròn bằng nhau** và **đếm, một, hai, ba**, rồi chọn topping bố trí **trên** hình tròn (bánh pizza) khác nhau (quan tâm đến hình dạng, số lượng bánh, kích thước hình tròn (bánh pizza), nhóm topping, số lượng topping).

Nhóm 2: Chọn **3 hình tròn** kích thước **khác nhau** và **sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến to** rồi chọn topping bố trí **trên** hình tròn (bánh pizza) giống nhau (quan tâm đến hình dạng, số lượng bánh, kích thước hình tròn (bánh pizza), sắp xếp theo thứ tự tăng dần về kích thước, nhóm topping, số lượng topping).

Nhóm 3: Chọn số lượng hình tròn tùy thuộc vào các topping mà để lên trên bánh nên nhóm chọn ra 4 topping là: trứng, xúc xích, rau củ, thập cẩm và quyết định chọn **4 hình tròn** kích thước **bằng nhau** (size nhỏ vì theo các bạn là các bánh nên nhỏ để các bạn có thể chọn và ăn hết bánh nhỏ hoặc ăn miếng nhỏ thì có thể ăn thêm miếng bánh với topping khác) và lựa chọn hình tròn nhỏ nhất của vật liệu (so sánh trực tiếp các hình tròn với nhau, ước lượng bằng mắt), rồi chọn topping bố trí trên hình tròn (bánh pizza) chỉ **1 loại topping trên 1 bánh** (quan tâm đến hình dạng, số lượng bánh phụ thuộc vào số lượng topping, kích thước hình tròn thì so sánh để lấy hình tròn nhỏ nhất của vật liệu, với mỗi bánh thì chỉ đặt lên trên là một loại topping, phân nhóm topping, kích thước topping tương ứng với kích thước của bánh).

Nhóm 4: Chọn giấy cứng và dùng bút vẽ hình tròn làm bánh pizza, vẽ **3 hình tròn** với các kích thước khác nhau rồi vẽ các topping trên hình tròn theo cách bố trí là kích thước topping **nhỏ** và **nhiều, tràn đầy** mặt bánh. (quan tâm đến hình dạng, kích thước bánh, vị trí topping, số lượng topping tương ứng bề mặt của hình tròn).

Như vậy, ở giai đoạn này các yếu tố chính của tình huống trẻ đã xác định được như: xác định hai thành phần chính: phần bánh và phần topping; bánh có dạng hình tròn, topping thì nhiều và kích thước nhỏ, topping thì đặt ở trên tương ứng với bề mặt bánh. (Chỉ số 2.1. *Xác định các yếu tố chính của tình huống có vấn đề*); Chỉ số 2.2. “*Đề xuất các ý tưởng/giả định góp phần vào việc đơn giản hóa tình huống có vấn đề*” trẻ cũng đã có biểu hiện của chỉ số này như số lượng bánh pizza trình bày trên menu có thể theo nhu cầu topping của nhiều bạn thích như: trứng, xúc xích, rau củ, thập cẩm và quyết định trình bày 4 loại bánh pizza theo loại topping tức là đã bỏ qua yếu tố bánh để có thể trình bày vào menu.

Đối với các chỉ số 3.1. *Thay thế các đối tượng thực bằng yếu tố Toán học*; 3.2. *Giải thích ý nghĩa của các yếu tố Toán học* thì trẻ MG cũng đã có những biểu hiện cho thấy trẻ đạt được chỉ số như bố trí các hình tròn theo thứ tự từ nhỏ đến to, mỗi hình tròn thì đặt lên trên nó nhiều topping nhỏ...

**c. Giai đoạn 3. Tương tác với MHTH: Trẻ lựa chọn phương tiện, công cụ để thực hiện (đo, đếm, cân, so sánh, phân loại...) và tìm ra câu trả lời phù hợp**

Ở giai đoạn này, sau khi đã có mô hình menu bánh pizza theo ý tưởng ban đầu thì các nhóm bắt đầu thảo luận, chia sẻ suy nghĩ nên điều chỉnh lại như sau:

Nhóm 1: Trẻ thấy rằng các topping mà nhóm đặt vào bánh pizza khác nhau để phân loại bánh như pizza thịt, pizza trứng, pizza xúc xích thiếu rau củ nên đề xuất là sẽ thêm rau củ đều vào các bánh pizza. Lúc này cả nhóm cùng nhau lấy topping rau củ và dàn đều lên bề mặt hình tròn xen kẽ với các topping ban đầu. Một số trẻ phát hiện bánh của mình toàn là bánh bằng nhau và đều có rau củ chỉ khác là có bánh thì có thịt, có bánh thì có xúc xích, có bánh thì có trứng. (so sánh các loại bánh trong menu, phân loại, xếp xen kẽ)

Nhóm 2: Trẻ phát hiện ra nhóm mình làm menu với 3 loại bánh pizza với 3 kích thước khác nhau nên gọi là bánh nhỏ, bánh vừa (trung) và bánh to. Nhưng topping trên bánh thì chưa phân loại tương ứng và chưa phù hợp như bánh nhỏ mà trứng to tràn đầy mặt bánh ko có thêm topping rau củ nên không hợp lí nên đề nghị làm bánh nhỏ với topping khác, bánh to nhưng topping xúc xích được cắt nhỏ thì hơi trổng trên bề mặt bánh nên thêm rau củ vào. Và nếu thích ăn trứng thì phải chọn bánh vừa chứ không có bánh to nên chưa hợp lí lắm nhưng chưa biết xử lí như thế nào. (xác định đặc trưng của bánh để gọi tên, điều chỉnh sự kết hợp giữa bánh và topping sao cho phù hợp về kích thước, thêm topping vào những chỗ còn trổng trên bề mặt bánh)

Nhóm 3: Trẻ nhận thấy nhóm mình đã làm được menu trình bày 4 loại bánh pizza và gọi tên là bánh trứng, bánh xúc xích, bánh rau củ và bánh thập cẩm. Trong đó có bánh trứng là chưa đẹp vì bánh nhỏ mà để topping trứng lên là tràn đầy mặt bánh luôn nên đề nghị thay thế topping khác và có trẻ cho rằng trứng nhiều bạn thích nên bỏ đi thì không được nên nghĩ ra một cách là đổi hình tròn to hơn làm bánh to hơn cho bánh trứng. (gọi tên bánh theo loại topping, mối quan hệ về kích thước bánh và topping chưa phù hợp nên điều chỉnh cho tương ứng bánh to, topping nhỏ)

Nhóm 4: Nhóm phát hiện ra menu bánh của nhóm là 3 bánh có bánh to, có bánh nhỏ và các topping trên bánh đều có đủ loại nên đều là pizza thập cẩm và đề nghị vẽ thêm các topping mà trên bánh còn thiếu và kiểm tra các bánh sao cho đầy đủ các topping: thịt, trứng, rau củ, xúc xích. (xác định mỗi bánh đều phải có đủ các loại topping nên tiến hành rà soát loại topping trên bánh để tìm ra topping còn thiếu và vẽ thêm vào cho đủ 4 loại topping)

Ở giai đoạn này các chỉ số của kĩ năng thành phần của kĩ năng MHHTH như “Làm việc Toán học”; “giải thích”; “xác nhận/ kiểm chứng” đều thấy hiện diện: 4.1. *Sử dụng nhiều chiến lược khác nhau tùy theo lứa tuổi để đưa ra giải pháp giải quyết tình huống có vấn đề*; 4.2. *Sử dụng các yếu tố Toán học phù hợp với lứa tuổi để giải quyết tình huống có vấn đề*; 4.3. *Có được mô hình Toán học ban đầu nhờ kết quả của giai đoạn trước*; 5.1. *So sánh giải pháp với tình huống có vấn đề ban đầu.*; 5.2. *Lập luận về giá trị của kết quả thu được*; 6.1. *Chứng minh mô hình đề xuất bằng các lí lẽ phù hợp*; 6.2. *Đánh giá xem mô hình thu được giải quyết một phần hay tổng thể cho tình huống ban đầu.*

**d. Giai đoạn 4. Trình bày kết quả: Trẻ trình bày quá trình hình thành ý tưởng, lập luận, lựa chọn và giải thích cách giải quyết vấn đề bằng MHTH**

Sau khi hoàn thành công việc nhóm, trẻ được khuyến khích tham gia trình bày trước lớp về các chiến lược khác nhau được sử dụng và các quyết định của các nhóm trong suốt quá trình để thiết kế menu bánh pizza (theo kích thước bánh, loại topping, màu sắc hoặc phối hợp ...). Cả 4 nhóm lần lượt trình bày về toàn bộ quá trình lựa chọn vật liệu và làm menu bánh pizza, khi một nhóm trình bày thì các nhóm còn lại đều lắng nghe, phản hồi và học hỏi lẫn nhau sau đó nảy sinh thêm ý tưởng chỉnh sửa mô hình trình bày menu bánh pizza để tư vấn cho cô hiệu trưởng. Sau đó cô giáo đề nghị lớp mình sẽ điều chỉnh lại menu bánh pizza một lần nữa rồi thống nhất mời cô hiệu trưởng đến để tư vấn. Giai đoạn này tạo cơ hội cho trẻ quan sát, thu thập thêm thông tin và thực hiện các điều chỉnh cần thiết với mục đích cải thiện dần dần mô hình và tạo ra một mô hình hoàn chỉnh hơn bằng cách hợp nhất tất cả các mô hình với sự phối hợp hài hòa ý kiến đóng góp của tất cả các nhóm. Điều này cho thấy trẻ thực hiện được các chỉ số 7.1; 7.2; 7.3; 7.5; 7.6 của kĩ năng trình bày. Trong đó, 7.1. *Giải thích lí do đưa ra các quyết định trong mỗi một giai đoạn của quá trình*; 7.2. *Giải thích mô hình thu được áp dụng trong trường hợp của bối cảnh thực tế, phạm vi và những hạn chế của nó thông qua ngôn ngữ phù hợp với độ tuổi.*; 7.3. *Sử dụng các loại ví dụ, cách trình bày khác nhau, sơ đồ, hình vẽ, đồ thị, bảng giá trị, ngôn ngữ biểu tượng, ...*; 7.5. *Lắng nghe phản hồi hoặc đề xuất của bạn và giáo viên*; 7.6. *Sử dụng ngôn ngữ phù hợp để trả lời những phản hồi hoặc đề xuất của bạn và giáo viên.* Và chỉ có 1 chỉ số không thấy thể hiện là 7.4. *Trong trường hợp sử dụng công nghệ ở một hoặc nhiều giai đoạn của quy trình thì nêu rõ khi nào, như thế nào và tại sao sử dụng*

Cả lớp thống nhất rằng: trình bày 5 loại bánh pizza là bánh trứng, bánh xúc xích, bánh thịt, bánh thập cẩm (có tất cả topping); các bánh pizza trình bày trong menu đều có kích thước bằng nhau vì nếu có ít bạn chọn loại pizza đó thì trường sẽ làm bánh đó với kích thước nhỏ; mỗi loại pizza đều có topping rau củ. Rồi cả lớp tiến hành lựa chọn hình tròn to để làm bánh cho dễ bố trí topping, chọn topping tương ứng, rải đều topping chính lên bề mặt bánh rồi xếp xen kẽ topping rau củ vào.

Tác giả nhận thấy các kĩ năng thành phần và kĩ năng MHHTH nói chung của trẻ MG 5-6 tuổi đã bắt đầu thể hiện trong quá trình tham gia hoạt động MHHTH. Trẻ đã có biểu hiện xác định rõ nhiệm vụ, nhận diện bản chất của vấn đề, vận dụng vốn kinh nghiệm của bản thân để giải quyết nhiệm vụ trong đó có các biểu tượng toán mà trẻ đã huy động được như: số lượng, tập hợp, kích thước, vị trí trong không gian, thời gian. Các biểu tượng toán mà trẻ vận dụng vào quá trình giải quyết nhiệm vụ để ra được sản phẩm (mô hình) và sau đó trẻ tự suy nghĩ, tự đánh giá và điều chỉnh mô hình khi phát hiện có những điều chưa hợp lí. Trẻ cũng chủ động thực hành các kĩ năng như đếm, ghép tương ứng, so sánh, phân loại, xác định vị trí tương ứng trong không gian, xác lập mối quan hệ về kích thước... để giải quyết vấn đề mà không phải do giáo viên yêu cầu. Sau khi cả nhóm đã thống nhất menu bánh pizza của nhóm thì trẻ đã trình bày để giải thích được ý tưởng của nhóm về menu cho cô và cả lớp nghe. Qua đó trẻ học hỏi được lẫn nhau và lại xuất hiện ý tưởng chỉnh sửa lại menu sao cho hợp lí và hoàn thiện hơn. Đó là một quá trình được lặp đi lặp lại để hiểu sâu sắc về tình huống, để thực hành các kĩ năng Toán học như: đếm, đo, so sánh, sắp xếp, phân loại... và quan trọng là trải nghiệm của trẻ trong quá trình chuyển đổi liên tục giữa thế giới thực và Toán học cho thấy những dấu hiệu rất khả quan. Trẻ hứng thú tham gia và thực hiện rất hiệu quả việc sử dụng các biểu tượng, kĩ năng Toán học trong đó các biểu tượng toán trở thành đối tượng khám phá sâu của trẻ để giải quyết vấn đề.

### 3. Kết luận

Bài viết phân tích các biểu hiện của kĩ năng MHHTH ở trẻ mẫu giáo 5-6 tuổi trong hoạt động “Làm menu bánh pizza”. Các biểu tượng Toán học được huy động trong quá trình MHH cũng đã được mô tả với mục tiêu là tạo ra một mô hình cụ thể dựa trên tình huống thực tế được đặt ra.



Liên quan đến kỹ năng MHHTH, có thể khẳng định rằng, về cơ bản các chỉ số của kỹ năng thành phần đều hiện diện trong quá trình trẻ MG 5-6 tuổi tham gia hoạt động MHHTH, chỉ có chỉ số 7.4. “Trong trường hợp sử dụng công nghệ ở một hoặc nhiều giai đoạn của quy trình thì nêu rõ khi nào, như thế nào và tại sao sử dụng” thì giáo viên mới thử nghiệm nên chưa suy nghĩ và định hướng trẻ sử dụng công nghệ để hỗ trợ nên chỉ số này vắng mặt trong quá trình thực hiện của trẻ. Ngoài ra, các biểu tượng Toán học được trẻ suy xét trong mối quan hệ liên quan đến nhau như: kích thước của 2 đối tượng đặt trong một bối cảnh phải tương ứng với nhau một cách tương đối (kích thước topping so với kích thước bánh), vị trí sắp xếp các đối tượng nên hợp lí trong không gian chung (sắp xếp topping tương ứng với bề mặt bánh), kích thước của đối tượng với sự biểu diễn nó trong thế giới thực (chọn kích thước to để trình bày bánh cho các bạn dễ hình dung và lựa chọn), sắp xếp xen kẽ các đối tượng khác nhau về hình dạng (sắp xếp xen kẽ các topping rau củ kèm với topping chính)... Điều này cho thấy khi tham gia hoạt động MHHTH ngoài kỹ năng MHHTH được nhận thấy hiện diện khá đầy đủ ở trẻ thì các biểu tượng, kỹ năng Toán học cũng được trẻ thực hiện một cách có ý nghĩa, đáp ứng mục tiêu sử dụng Toán học để giải quyết vấn đề. Kết quả nghiên cứu của bài viết là cơ sở để tác giả có các nghiên cứu tiếp theo liên quan đến việc áp dụng MHHTH vào quá trình cho trẻ LQVT và chỉ ra các đề xuất liên quan đến vấn đề này.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] De Corte E, Greer B & Verschaffel L, (1996). *Mathematics teaching and learning*. In *Handbook of educational psychology*, (pp. 491–549). Prentice Hall International.
- [2] Alsina Á & León N, (2016). Acciones matemáticas de 0 a 3 años a partir de instalaciones artísticas. *Educatio Siglo XXI*, 34(2 Julio), 33. <https://doi.org/10.6018/j/263801>
- [3] Niss M, (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics : the Danish Kom Project. In *Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*, 115-124.
- [4] Alsina i Pastells À, (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. In *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 1–14. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2012.1-14>
- [5] National Council of Teachers of Mathematics, (2000). *Principles and standards for school mathematics*. 419. <https://doi.org/10.5951/MT.43.5.0224>
- [6] Kilpatrick J, (2010). Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics Jeremy. In *Academic Emergency Medicine*, 17(12), 1–439. <ftp://129.132.148.131/EMIS/journals/ZDM/zdm026r1.pdf>
- [7] COMAP and SIAM, (2019). GAIMME: *Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*. In *National Council of Teachers of Mathematics*.
- [8] Papic MM, Mulligan JT & Mitchelmore MC, (2011). Assessing the Development of Preschoolers’ Mathematical Patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237–268. [http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,shib&db=eric&AN=EJ926845&site=ehost-live&scope=site&custid=s8454451%0Ahttp://www.nctm.org/eresources/article\\_summary.asp?URI=JRME2011-05-237a&from=B](http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,shib&db=eric&AN=EJ926845&site=ehost-live&scope=site&custid=s8454451%0Ahttp://www.nctm.org/eresources/article_summary.asp?URI=JRME2011-05-237a&from=B)
- [9] Ruiz-Higueras L, García FJG, & García García FJ, (2011). Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 14(1), 41–70. [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362011000100003&lng=es&nrm=iso&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362011000100003&lng=es&nrm=iso&tlng=es)

- [10] Alsina Á & Salgado M, (2021). Prácticas de medida en Educación Infantil desde la perspectiva de la Educación Matemática Realista. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia*, 7(2), 24–37. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2018.24-37>
- [11] Salgado M & Alsina Á, (2023). Niños de 3 años empezando a desarrollar la competencia matemática a través de la modelización matemática temprana. *Revista Científica Ecociencia*, 10(3), 22–50. <https://doi.org/10.21855/ecociencia.103.777>
- [12] Blum W & Leiß D, (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? In *Mathematical Modelling* 1(997), 222–231. Elsevier. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- [13] ĐTM Liên, (2011). *Lí luận và phương pháp hình thành các biểu tượng Toán học sơ đẳng cho trẻ mầm non*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- [14] TTX Huệ, (2015). *Tổng quan lí luận về phương pháp hình thành biểu tượng toán sơ đẳng cho trẻ mẫu giáo*. Des Mathématiques à l'école Maternelle. Actes Du Colloque International, p.212.
- [15] Griesel H, (2005). *Modelle und Modellieren. Mathematikunterricht Im Spannungsfeld von Evolution Und Evaluation*. Festschrift Für Werner Blum, 61–70.
- [16] Greefrath G, (2016). *Teaching and Learning Mathematical Modelling Approaches and Developments from German-Speaking Countries*. DOI:10.1007/978-3-319-45004-9\_1, License, CC BY 4.0.
- [17] Alsina Á & Salgado M, (2020). *Early mathematical modeling: first steps in the process of translation between real-world contexts and mathematics*. Artículo Entregado Para Su Publicación.
- [18] T Vui, (2014). *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học toán*. NXB Đại Học Huế, Thừa Thiên Huế.
- [19] H Phê, (2009). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Đà Nẵng.
- [20] ĐT Hưng, (2010). Nhận diện và đánh giá kĩ năng. *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, 64.
- [21] Toalongo X, Trelles C & Alsina Á, (2022). Design, Construction and Validation of a Rubric to Evaluate Mathematical Modelling in School Education. *Mathematics*, 10(24). <https://doi.org/10.3390/math10244662>
- [22] NTH Vi, (2024). Thiết kế hoạt động làm quen với toán cho trẻ mẫu giáo theo hướng mô hình hóa. *Tạp chí Giáo dục*, 24(2), 17–21.