

**APPLYING THE DISCOVERY
LEARNING METHOD TO TEACHING
TRIGONOMETRIC EQUATIONS
IN THE LAO PEOPLE'S DEMOCRATIC
REPUBLIC**

Vu Dinh Phuong¹ and Nhotlusay
Sengvongdeuane^{2,*}

¹*Faculty of Mathematics and Informatics,
Hanoi National University of Education,
Hanoi city, Vietnam*

²*Faculty of Education, National University of Laos,
Vientiane city, Laos*

*Corresponding author: Nhotlusay
Sengvongdeuane

e-mail: Sengvongdeuane21@gmail.com

Received December 28, 2023.

Revised April 5, 2024.

Accepted April 25, 2024.

**VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC
KHÁM PHÁ TRONG DẠY HỌC
PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC
Ở NƯỚC CỘNG HÒA DÂN CHỦ
NHÂN DÂN LÀO**

Vũ Đình Phương¹ và Nhotlusay
Sengvongdeuane^{2,*}

¹*Khoa Toán-Tin, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội,
thành phố Hà Nội, Việt Nam*

²*Khoa Sư phạm, Đại học Quốc gia Lào,
thành phố Viêng Chăn, Lào*

*Tác giả liên hệ: Nhotlusay Sengvongdeuane
e-mail: Sengvongdeuane21@gmail.com

Ngày nhận bài: 28/12/2023.

Ngày sửa bài: 5/4/2024.

Ngày nhận đăng: 25/4/2024.

Abstract. According to educational researchers, effective learning is not only just sitting in classes spectating other activities, and memorizing available imparted knowledge, but learners also should participate in the discovery process of new knowledge guided by instructors. It is necessary to apply the discovery learning method to teaching the subjects in general and teaching Mathematics in particular in the direction of developing the competencies and qualities for students. This paper focuses on researching the concept of the discovery learning method and its characteristics. Based on researching the Mathematics curriculum and practical teaching in The Lao People's Democratic Republic, this paper proposes applying the discovery learning method to teaching trigonometric equations at high schools in the Lao People's Democratic Republic.

Keywords: discovery learning, trigonometric equation, learning activities.

Tóm tắt. Theo các nhà nghiên cứu về giáo dục, việc học tập hiệu quả không chỉ là việc theo dõi người khác hoạt động và ghi nhớ kiến thức được truyền thụ dưới dạng cố sẵn mà người học cần được tham gia vào quá trình khám phá tri thức mới dưới sự dẫn dắt của người dạy. Khi việc dạy học đang chuyển dần sang định hướng phát triển phẩm chất và năng lực người học thì việc áp dụng phương pháp dạy học khám phá trong dạy học nói chung và dạy học môn Toán nói riêng là rất cần thiết. Bài báo tập trung nghiên cứu quan niệm về phương pháp dạy học khám phá và các đặc trưng của dạy học khám phá. Trên cơ sở nghiên cứu nội dung chương trình và thực tiễn dạy học môn Toán, bài báo đề xuất vận dụng phương pháp dạy học khám phá trong dạy học phương trình lượng giác ở trường Trung học phổ thông của nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào.

Từ khóa: dạy học khám phá, phương trình lượng giác, hoạt động học tập.

1. Mở đầu

Phát huy tính tích cực của học sinh (HS) là một trong những mục tiêu quan trọng trong dạy học (DH) hiện nay. Để đạt được mục tiêu đó, cần đổi mới phương pháp dạy học (PPDH) theo hướng giáo viên (GV) tạo cơ hội để người học tự tìm hiểu và khám phá (KP) kiến thức. Dạy học thông qua hoạt động KP là một trong các PPDH tích cực, khuyến khích người học dựa trên kiến thức và kinh nghiệm sẵn có để tìm ra kiến thức mới thông qua các hoạt động tìm tòi KP, qua đó rèn luyện tính tích cực cho bản thân.

Theo tác giả Nguyễn Bá Kim (2018), một trong những đặc điểm của môn Toán đó là tính logic và tính thực nghiệm [1]. Với đặc điểm này, trong DH môn Toán, GV có nhiều cơ hội tổ chức các hoạt động KP giúp HS tìm tòi kiến thức mới cho bản thân dựa vào kinh nghiệm và kiến thức Toán học sẵn có của HS.

Ở Việt Nam, đã có nhiều tác giả nghiên cứu về dạy học khám phá (DHKP) trong môn Toán. Có thể kể đến các tác giả như Lê Trung Tín (2011) nghiên cứu về “Vận dụng dạy học khám phá trong dạy học các phép biến hình” [2]. Tác giả Lê Thị Hồng Chi (2012) với bài báo “Vận dụng phương pháp khám phá trong dạy học môn Toán lớp 4” đã trình bày một số vấn đề cơ bản về DHKP và đề xuất một số cách xây dựng bài toán có tính KP trong DH môn Toán lớp 4 [3]. Hay tác giả Bùi Văn Nghị (2014) cũng đưa ra quan niệm về DHKP trong giáo trình “Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông” [4]. Một số nghiên cứu của các tác giả khác sẽ được đề cập ở các mục tiếp theo.

Hiện nay DHKP đang được áp dụng nhiều trên thế giới. Tuy nhiên, chưa có nhiều nghiên cứu về việc áp dụng phương pháp DHKP trong DH nói chung và DH môn Toán nói riêng ở nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân (CHDCND) Lào. Trong những năm gần đây, nhu cầu đổi mới PPDH theo hướng tích cực hóa người học đang rất được quan tâm, chú trọng. Vì vậy, việc nghiên cứu vận dụng phương pháp này vào thực tiễn dạy học ở CHDCND Lào là cần thiết.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Khái niệm dạy học khám phá

Theo Chickering và Gamson (1991), việc học tập không phải là việc theo dõi người khác hoạt động. Học sinh không được học nhiều nếu chỉ lắng nghe GV giảng bài, ghi nhớ các dạng toán và trả lời nhanh các câu hỏi. Họ phải được nói về nội dung họ đang học, viết về nội dung đó, liên hệ kiến thức với kinh nghiệm đã có và áp dụng nó vào cuộc sống hàng ngày [5].

Theo quan điểm trên, HS chỉ học tập hiệu quả khi được tham gia tích cực vào quá trình DH. Học sinh phải tự mình tìm hiểu tri thức thay vì ngồi nghe giảng và ghi nhớ một cách thụ động. Dạy học khám phá là PPDH phù hợp với quan điểm này.

Theo Bicknell-Holmes và Hoffman (2000), DHKP là PPDH mà GV có thể sử dụng để làm tăng sự tham gia tích cực của HS vào bài học. Cốt lõi của DHKP gồm 3 khía cạnh chính: Sự sáng tạo, sự tích hợp, và sự khái quát kiến thức thông qua sự KP, giải quyết vấn đề; Quá trình học tập được thúc đẩy bởi các hoạt động dựa trên sự hứng thú học tập mà ở đó người học thực hiện việc kiểm soát liên tục và thường xuyên quá trình hoạt động; Các hoạt động hướng tới việc tích hợp kiến thức mới với nền tảng kiến thức cũ của người học [6].

Theo tác giả Trịnh Nguyên Giao (2011), “DHKP là quá trình DH mà trong đó dưới sự tổ chức, điều khiển của người dạy, người học tự giác, tích cực, chủ động chiếm lĩnh tri thức, kĩ năng bằng cách tìm tòi, phát hiện những thuộc tính bản chất có tính quy luật đang còn ẩn dấu bên trong các sự vật, hiện tượng, trong các khái niệm, định luật, tư tưởng khoa học” [7].

Trong DHKP, giáo viên tổ chức, điều khiển các hoạt động học tập để HS khám phá ra tri thức mới. Giáo viên đưa ra các tình huống, khéo léo đặt HS vào vị trí người KP để vừa tiếp nhận

được kiến thức, kỹ năng mới, vừa nắm được phương pháp tìm ra những tri thức, kỹ năng đó (Lê Trung Tín, 2011) [2].

Tác giả Lê Thị Hồng Chi (2012) cho rằng DHKP là PPDH, trong đó, dựa trên những câu hỏi, bài tập định hướng KP, GV hướng dẫn HS hoạt động để tự tìm ra kiến thức mới [3]. Còn theo tác giả Bùi Văn Nghị (2014), PP DHKP được hiểu là PPDH trong đó dưới sự hướng dẫn của GV, thông qua các hoạt động, HS khám phá ra một tri thức nào đó trong chương trình môn học [4].

Một số tác giả cho rằng DHKP là PPDH mà ở đó GV khuyến khích HS đưa ra câu hỏi và tự tìm câu trả lời, hay rút ra những nguyên tắc từ những kinh nghiệm thực tiễn. Trong DHKP, nội dung DH không được truyền thụ dưới dạng có sẵn mà được HS tự KP tìm tòi, tạo cơ hội cho các em tham gia tích cực vào quá trình DH (Nguyễn Thị Hương Giang, 2013; Bùi Phương Uyên, 2014) [8], [9].

Theo Ngô Hiệu và Nguyễn Huyền Trang (2016); Quách Thị Sen (2021) thì DHKP là một kiểu DH tích cực mà ở đó người thầy tạo ra nhiều cơ hội cho người học được học tập với những trải nghiệm phong phú từ đó HS tìm hiểu, khám phá, xây dựng nên tri thức cho bản thân cũng như cách thức và con đường tìm ra tri thức đó. Tác giả Lê Thị Trung (2020) lại cho rằng “DHKP là quá trình DH mà trong đó dưới sự tổ chức, điều khiển của người dạy, người học tự giác, tích cực chủ động chiếm lĩnh tri thức, kỹ năng thông qua các hoạt động tìm tòi KP, phát hiện tri thức mới, cách thức hoạt động mới, qua đó rèn luyện tính tích cực cho bản thân” [10]-[12].

Một quan điểm khác của Nguyễn Thị Thùy Trang (2022), “DHKP là quan điểm DH hiện đại hướng người học vào hành động, người học sẽ bộc lộ năng lực khi được tham gia hoạt động. Bản chất của DHKP là thông qua các hoạt động học, người học tự tìm tòi, KP phát hiện ra tri thức mới dưới sự định hướng của GV” [13].

Qua một số tài liệu trên, có thể thấy DHKP được các tác giả xem xét theo nhiều phương diện khác nhau (PPDH, quá trình DH, kiểu DH, quan điểm DH...). Tuy nhiên, các tác giả trên cũng có chung một quan điểm đó là trong DHKP, GV cần tổ chức cho HS hoạt động tự giác, tích cực để tìm hiểu, khám phá, xây dựng nên tri thức mới cho bản thân người học. Học sinh không những học được tri thức mới mà còn học được cả con đường, cách thức tìm ra tri thức mới đó.

Trong bài báo này, chúng tôi tập trung nghiên cứu về DHKP trong môn Toán. Chúng tôi quan niệm rằng DHKP trong môn Toán là một PPDH trong đó người dạy sử dụng các thiết bị, học liệu để tổ chức cho người học tìm tòi, phát hiện được những định nghĩa, định lí, phương pháp giải toán hoặc giải quyết được những vấn đề, bài tập toán học một cách tích cực, chủ động dựa vào kinh nghiệm và trải nghiệm của bản thân học sinh.

2.2. Đặc trưng của dạy học khám phá

Theo tác giả Phó Đức Hòa (2011), “sự phát triển mạnh mẽ của khoa học kỹ thuật và công nghệ thông tin đã kích thích nhu cầu tự KP của người học trước các hiện tượng tự nhiên và xã hội đang hàng ngày diễn ra xung quanh họ. Đổi mới phương pháp và hình thức tổ chức DH trở thành một tất yếu khách quan nhằm phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của người học phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, bồi dưỡng phương pháp tự học, tự rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn” [14].

Các tác giả Trịnh Nguyên Giao (2011); Lê Trung Tín (2011) và Lê Thị Hồng Chi (2012) cho rằng trong DHKP, HS tự chiếm lĩnh tri thức bằng các hoạt động tìm tòi, phát hiện. Hoạt động KP của HS trong học tập không phải là quá trình tự phát mà là một quá trình có sự hướng dẫn của GV để chiếm lĩnh tri thức của nhân loại. Học sinh là trung tâm của quá trình DH, HS tự lực tham gia vào quá trình DH để chiếm lĩnh kiến thức. Kết quả của DHKP là HS vừa có được những tri thức, kỹ năng mới vừa nắm được phương pháp, cách thức tìm ra được những tri thức, kỹ năng đó [7], [2], [3].

Vận dụng phương pháp dạy học khám phá trong dạy học phương trình lượng giác ở nước Cộng hòa...

Nguyễn Thị Hương Giang (2013) và Bùi Phương Uyên (2014) có cùng quan điểm cho rằng “PP DHKP có ba đặc điểm: - Khảo sát và giải quyết vấn đề để hình thành, khái quát hóa kiến thức; - HS được thu hút vào các hoạt động học tập, học tập dựa trên sự hứng thú; - Thúc đẩy sự liên kết giữa kiến thức mới và vốn kiến thức đã có của người học” [8], [9].

Theo tác giả Võ Văn Thông (2015), các giai đoạn đặc trưng của tổ chức DH tìm tòi KP là: “HS tiếp nhận nhiệm vụ (GV đưa ra dưới dạng câu hỏi, sơ đồ, bảng biểu...); HS tìm kiếm, KP dưới sự hướng dẫn và điều khiển của GV; HS báo cáo kết quả trước lớp, có sự chất vấn và thảo luận của cả lớp; Phân tích và đánh giá kết quả (HS tự đánh giá, GV đánh giá)” [15].

Tác giả Lê Thị Trung (2020) đã đưa ra đặc trưng cơ bản của DHKP là:

- HS làm việc cùng nhau để giải quyết vấn đề, phân tích và vận dụng các khái niệm mới bằng cách đặt câu hỏi, quan sát, phân tích và rút ra kết luận. HS tự chiếm lĩnh tri thức thông các hoạt động tìm tòi, phát hiện dưới sự tổ chức của GV. Hoạt động của người học được đặt lên vị trí trung tâm.

- Người dạy tổ chức cho người học hợp tác, trao đổi, thảo luận với nhau phát hiện ra tri thức mới.

- Qua hoạt động tự khám phá, HS rút ra kinh nghiệm học tập từ bạn bè và GV. Từ đó, HS tự điều chỉnh phương pháp học của mình sao cho phù hợp nhất, hiệu quả nhất đối với bản thân. Đồng thời biết cách tự học, tự kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của mình [12].

Theo Trần Thị Thanh Xuân (2011) và Quách Thị Sen (2021), đặc điểm của phương pháp DHKP là giảm bớt sự thuyết trình, giảm bớt sự giảng giải một chiều của giảng viên, đồng thời khuyến khích, phát huy tính độc lập, tự chủ, năng lực tư duy, kỹ năng giải quyết vấn đề để KP ra tri thức mới một cách chủ động, DHKP có tác dụng:

- Tạo ra bầu không khí học tập sôi nổi, tích cực trong lớp học và góp phần tích cực vào sự phát triển mối quan hệ giao tiếp giữa thầy với trò, trò với trò.

- Phát huy được tính tích cực chủ động trong học tập.

- Hoạt động KP tạo ra hứng thú, đem lại niềm vui, thúc đẩy động cơ trong quá trình học tập.

- Người học hiểu sâu, nhớ lâu, biết vận dụng linh hoạt những kiến thức đã học, đồng thời phát triển năng lực tư duy sáng tạo, năng lực giải quyết vấn đề, từ đó có thể hòa nhập với xã hội hiện đại đang phát triển với tốc độ nhanh chóng [11], [16].

Qua phân tích các quan điểm của một số tác giả trên, ta có thể thấy đặc trưng của DHKP được thể hiện qua một số yếu tố sau:

- Học sinh tự tìm tòi, nghiên cứu để khái quát hóa hình thành kiến thức mới dưới sự dẫn dắt của GV.

- Kết quả của DHKP không chỉ hình thành kiến thức, kỹ năng mới cho HS mà còn hình thành cả con đường KP ra kiến thức, kỹ năng đó.

- Hoạt động học của HS được đặt lên vị trí trung tâm.

- Giáo viên dẫn dắt HS tự tìm tòi, nghiên cứu để hình thành kiến thức, kỹ năng mới thông qua các học liệu, phương tiện dạy học.

2.3. Vận dụng phương pháp dạy học khám phá trong dạy học phương trình lượng giác ở CHDCND Lào

2.3.1. Nội dung dạy học phương trình lượng giác trong chương trình môn toán ở CHDCND Lào

Nội dung phương trình lượng giác trong chương trình phổ thông môn Toán của CHDCND Lào được bắt đầu dạy ở lớp 10 với các dạng $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$ trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$. Ở lớp 11, nội dung phương trình lượng giác tập trung vào giải phương trình dạng $\sin(ax+b) = c$, $\cos(ax+b) = c$, $a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$, $a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$, $a \tan^2 x + b \tan x + c = 0$, $a \sin x + b \cos x = c$, và một số phương trình đưa về dạng tích

(Sunthone P và các cộng sự, 2014, 2015). Các phương trình này chỉ xét nghiệm trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ và chỉ là các phương trình cụ thể, không xét phương pháp giải ở dạng tổng quát [17], [18].

2.3.2. Dạy học khám phá phương pháp giải phương trình lượng giác dạng $a\sin^2x + b\sin x + c = 0$, $a\cos^2x + b\cos x + c = 0$, $a\tan^2x + b\tan x + c = 0$ ($a \neq 0$)

Trong thực tiễn dạy học ở CHDCND Lào, phương pháp giải phương trình bậc hai đối với $\sin x$, $\cos x$ và $\tan x$ không được dạy một cách tổng quát và tường minh. Để vận dụng PPDH KP vào nội dung này, GV thiết kế các phiếu học tập để dẫn dắt HS tự tìm tòi, phát hiện các bước giải các phương trình dạng này một cách tổng quát trước khi HS tự mình giải được các phương trình cụ thể. Dưới đây là đề xuất các hoạt động của GV và HS trong DH giải phương trình dạng $a\sin^2 x + b\sin x + c = 0$, ($a \neq 0$) theo PPDH KP.

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm của hoạt động học tập
<p>GV: Yêu cầu HS trao đổi theo cặp làm phiếu bài tập sau:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">Phiếu học tập số 1</p> <p>Giải phương trình: $2\sin^2x + \sin x - 1 = 0$ trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ theo các yêu cầu sau:</p> <p>1) Đặt $\sin x = t$, viết lại phương trình lượng giác đã cho thành phương trình bậc hai theo ẩn t.</p> <p>2) Giải phương trình bậc hai vừa tìm được.</p> <p>3) Giải phương trình $\sin x = t$ trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ với t vừa tìm được ở trên (nếu có).</p> <p>4) Kết luận tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$.</p> </div> <p>HS: Trao đổi theo cặp làm phiếu học tập số 1.</p> <p>GV: Mời đại diện một số cặp trình bày kết quả các ý 1), 2), 3), 4) trong phiếu học tập trên. HS: Trình bày kết quả. GV: Tổ chức nhận xét, đánh giá và kết luận.</p>	<p>1) $2t^2 + t - 1 = 0$</p> <p>2) $t = -1, t = \frac{1}{2}$</p> <p>3)</p> <ul style="list-style-type: none"> • $t = -1 \Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$ • $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ <p>4) Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là S $= \{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \}$.</p>

GV: Từ ví dụ cụ thể trên, yêu cầu HS trao đổi theo cặp, đề xuất các bước giải phương trình lượng giác $a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$, ($a \neq 0$) trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$.

HS: Đề xuất các bước giải.

GV: Mời đại diện một số cặp trình bày các bước giải phương trình đã cho.

HS: Trình bày kết quả đã tìm được.

GV: Tổ chức nhận xét, đánh giá và kết luận.

Bước 1. Đặt $\sin x = t$ ta được phương trình $at^2 + bt + c = 0$

Bước 2. Giải phương trình bậc hai để tìm t

Bước 3. Giải phương trình $\sin x = t$ trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ với t vừa tìm được ở trên (nếu có)

Bước 4. Kết luận tập nghiệm của phương trình $a \sin^2 x + b \sin x + c = 0$, ($a \neq 0$) trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$.

GV: Yêu cầu HS làm phiếu học tập sau:

Phiếu học tập số 2

Giải các phương trình sau trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$.

1) $2 \sin^2 x - 1 = 0$

2) $2 \sin^2 x - 5 \sin x - 3 = 0$

3) $2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x - 2 = 0$

HS: Làm phiếu học tập số 2

1)

○ Đặt $\sin x = t$ ta được phương trình $2t^2 - 1 = 0$

○ $2t^2 - 1 = 0 \Rightarrow t^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2}, t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

○ $t = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

○ $t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{5\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

○ Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ là $S = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$.

<p>GV: Mời một số HS lên bảng trình bày lời giải</p> <p>HS: Trình bày lời giải</p> <p>GV: Tổ chức nhận xét, đánh giá và kết luận</p>	<p>2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Đặt $\sin x = t$ ta được phương trình $2t^2 - 5t - 3 = 0$ ○ Giải phương trình bậc hai $2t^2 - 5t - 3 = 0$ ta có $t = -\frac{1}{2}, t = 3$ ○ $t = 3 \Rightarrow \sin x = 3$. Phương trình vô nghiệm. ○ $t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$ ○ Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ là $S = \left\{ \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \right\}$. <p>3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Đặt $\sin x = t$ ta được phương trình $2t^2 - \sqrt{2}t - 2 = 0$ ○ Giải phương trình bậc hai $2t^2 - \sqrt{2}t - 2 = 0$ ta có $t = -\frac{\sqrt{2}}{2}, t = \sqrt{2}$ ○ $t = \sqrt{2} \Rightarrow \sin x = \sqrt{2}$. Phương trình vô nghiệm. ○ $t = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{5\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ • Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ là $S = \left\{ \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$.
---	---

Việc DH giải phương trình $a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$, $a \tan^2 x + b \tan x + c = 0$ với ($a \neq 0$) được tiến hành một cách tương tự. Với các hoạt động này, HS được tìm hiểu, khám phá cách giải phương trình bậc hai đối với $\sin x, \cos x, \tan x$ một cách tổng quát trước khi tự giải được các phương trình cụ thể. Thông qua các phiếu học tập, học sinh tự mình đưa ra được các bước giải phương trình bậc hai đối với $\sin x, \cos x$ và $\tan x$. Điều này phù hợp với quan niệm và đặc trưng của DHKP mà bài báo đã đưa ra ở trên.

2.3.3. Dạy học khám phá phương pháp giải phương trình lượng giác $a \sin x + b \cos x = c$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

Cũng như phương trình bậc hai đối với $\sin x, \cos x$ và $\tan x$, cách giải phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ không được dạy một cách tổng quát và tường minh ở CHDCND Lào. Dưới đây là đề xuất việc vận dụng DHKP để dạy giải phương trình lượng giác

Vận dụng phương pháp dạy học khám phá trong dạy học phương trình lượng giác ở nước Cộng hòa...

$a \sin x + b \cos x = c$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) một cách tổng quát. Sau đó GV đưa ra các phương trình cụ thể để HS luyện tập. Các hoạt động cụ thể của GV và HS được trình bày như sau:

Hoạt động của GV và HS	Sản phẩm của hoạt động học tập
<p>GV: Yêu cầu HS thực hiện phiếu học tập sau theo nhóm 4 HS:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">Phiếu học tập số 3</p> <p>1) Hoàn thành các công thức lượng giác sau: $\sin(a + b) = \dots\dots\dots$ $\sin(a - b) = \dots\dots\dots$ $\cos(a + b) = \dots\dots\dots$ $\cos(a - b) = \dots\dots\dots$</p> <p>2) Khai triển các biểu thức sau theo $\sin x$ và $\cos x$: $\sin(x + \frac{\pi}{4}); \sin(x + \frac{2\pi}{3}); \sin(x - \frac{\pi}{3})$</p> <p>3) Viết các biểu thức sau dưới dạng $a \sin(x + \alpha)$: <ul style="list-style-type: none"> ○ $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$ ○ $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$ ○ $\sqrt{3} \sin x + \cos x$ </p> </div> <p>HS: Trao đổi theo nhóm để làm phiếu học tập, GV hỗ trợ, giải thích cho HS cách làm (nếu cần)</p>	<p>1)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ ○ $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$ ○ $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ ○ $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$ <p>2)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \cos x$ $= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x$ ○ $\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin x \cos \frac{2\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} \cos x$ $= -\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$ ○ $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin x \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \cos x$ $= \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$ <p>3)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \cos \frac{\pi}{4} \sin x - \sin \frac{\pi}{4} \cos x$ $= \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ○ $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \sin x + \sin \frac{\pi}{6} \cos x$ $= \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ ○ $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x \right)$ $= 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} \sin x + \sin \frac{\pi}{6} \cos x \right) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

<p><i>GV:</i> Mời đại diện một số nhóm lên bảng trình bày kết quả và giải thích cách làm.</p> <p><i>HS:</i> Trình bày kết quả và giải thích cách làm.</p> <p><i>GV:</i> Tổ chức nhận xét, đánh giá và kết luận.</p>	
<p><i>GV:</i> Yêu cầu HS thực hiện phiếu học tập sau theo nhóm 4 HS.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">Phiếu học tập số 4</p> <p>Cho phương trình: $a \sin x + b \cos x = c$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.</p> <p>1) Chia cả hai vế cho $\sqrt{a^2 + b^2}$, ta được phương trình nào?</p> <p>2) Vì $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 = 1$ nên ta có thể chọn góc α sao cho</p> $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha ;$ $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha .$ <p>Khi đó ta được phương trình nào?</p> <p>3) Biến đổi phương trình đó về dạng $\sin(x + \alpha) = m$.</p> </div> <p><i>HS:</i> Trao đổi theo nhóm để làm phiếu học tập, GV hỗ trợ, giải thích cho HS cách làm (nếu cần)</p> <p><i>GV:</i> Từ HĐ trên, yêu cầu HS trao đổi theo cặp, đề xuất các bước giải phương trình lượng giác $a \sin x + b \cos x = c$ với $a^2 + b^2 \neq 0$ trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$.</p> <p><i>HS:</i> Đề xuất các bước giải.</p>	<p>1) Chia cả hai vế cho $\sqrt{a^2 + b^2}$, ta được phương trình</p> $\frac{a \sin x + b \cos x}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ <p>hay</p> $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ <p>2) Đặt $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha ; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha$ ta được phương trình</p> $\cos \alpha \sin x + \sin \alpha \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ <p>3) $\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$</p> <p><i>Bước 1.</i> Chia cả hai vế cho $\sqrt{a^2 + b^2}$ ta được phương trình:</p> $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ <p><i>Bước 2.</i></p> <p>Đặt $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha, \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha$ ta được phương trình dạng cơ bản:</p> $\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ <p><i>Bước 3.</i></p> <p>Giải phương trình $\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$.</p>

<p>GV: Mời đại diện một số nhóm lên bảng trình bày kết quả. HS: Trình bày kết quả. GV: Tổ chức nhận xét, đánh giá và kết luận.</p>	<p>Bước 4. Kết luận tập nghiệm của phương trình</p> $\sin(x + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{trên khoảng}$ $0 \leq x < 2\pi .$
<p>GV: Yêu cầu HS làm phiếu học tập sau:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">Phiếu học tập số 5</p> <p>Giải các phương trình sau trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$.</p> <p>1) $\sin x + \cos x = 1$.</p> <p>2) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$.</p> <p>3) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$.</p> <p>4) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 3$.</p> </div> <p>HS: Làm phiếu học tập số 5</p>	<p>1) $\sin x + \cos x = 1$</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Chia cả hai vế cho $\sqrt{2}$ ta được phương trình $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ○ Đặt $\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \frac{\pi}{4}, \frac{1}{\sqrt{2}} = \sin \frac{\pi}{4}$ ta được phương trình: $\cos \frac{\pi}{4} \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ○ Giải phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ Vì $0 \leq x < 2\pi$ nên $\frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} < \frac{9\pi}{4}$ $x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 0$ $x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$ ○ Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ là $S = \left\{ 0, \frac{\pi}{2} \right\}$. <p>2) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Chia cả hai vế cho 2 ta được phương trình $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2}$ • Đặt $\frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$ ta được phương trình: $\cos \frac{\pi}{3} \sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

• Giải phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Vì $0 \leq x < 2\pi$ nên $\frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} < \frac{7\pi}{3}$

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{13\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{11\pi}{6}$$

$$x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

• Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ là $S = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6} \right\}$.

3) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$

• Chia cả hai vế cho 2 ta được phương trình

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

• Đặt $\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}$, $\frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$ ta được phương trình

$$\cos \frac{\pi}{6} \sin x + \sin \frac{\pi}{6} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

• Giải phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vì $0 \leq x < 2\pi$ nên $\frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{6} < \frac{13\pi}{6}$

$$x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$x + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

• Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho trên khoảng $0 \leq x < 2\pi$ là $S = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right\}$.

4) $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 3$

• Chia cả hai vế cho 2 ta được phương trình:

$$\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{3}{2}$$

<p>GV: Mời một số HS lên bảng trình bày lời giải. HS: Trình bày lời giải. GV: Tổ chức nhận xét, đánh giá và kết luận.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Đặt $\frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$ ta được phương trình: $\cos \frac{\pi}{3} \sin x - \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \frac{3}{2} \Rightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3}{2}$• Giải phương trình $\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3}{2}$. <p>Vì $\frac{3}{2} > 1$ nên phương trình trên vô nghiệm.</p> <ul style="list-style-type: none">• Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.
---	---

Với việc tổ chức các HĐ học tập nói trên, GV đã sử dụng các phiếu học tập dẫn dắt HS đi từ những ví dụ cụ thể để tìm tòi, khám phá và tự đưa ra được các bước giải phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ một cách tổng quát. Từ đó HS áp dụng các bước giải tổng quát để tự mình giải được các phương trình cụ thể. Điều này phù hợp với quan niệm về DHKP mà bài báo đã trình bày ở trên.

3. Kết luận

Dạy học môn Toán hiện nay đang chuyển dần sang định hướng phát triển năng lực học sinh. Giáo viên cần tổ chức đa dạng các hoạt động học tập để tạo cơ hội cho học sinh được tích cực, chủ động trong việc tìm hiểu, khám phá tri thức mới. Phương pháp dạy học khám phá đáp ứng được nhu cầu đổi mới này.

Bài báo đã trình bày các quan niệm của các tác giả về phương pháp dạy học khám phá và các đặc trưng của dạy học khám phá. Trên cơ sở đó đưa ra quan niệm về DHKP trong dạy học môn Toán và xây dựng các tình huống dạy học khám phá nội dung phương trình lượng giác phù hợp với nội dung chương trình môn Toán của nước CHDCND Lào.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] NB Kim, (2018). *Phương pháp dạy học môn Toán*. Nhà xuất bản Đại học Sư phạm.
- [2] LT Tín, (2011). Vận dụng dạy học khám phá trong dạy học các phép biến hình. *Tạp chí Giáo dục*, (268 - kì 2 tháng 8/2011).
- [3] LTH Chi, (2012). Vận dụng phương pháp khám phá trong dạy học môn toán lớp 4. *Tạp chí Giáo dục*, (281- kì 1 tháng 3/2012).

- [4] BV Nghị, (2014), *Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.
- [5] AW Chickering & ZF Gamson, (1991). Seven Principles for Good Practice in Undergraduate Education. *New Directions for Teaching and Learning*, (47), 63 - 692.
- [6] T Bicknell-Holmes & PS Hoffman, (2000). Elicit, engage, experience, explore: discovery learning in library instruction. *Reference Services Review*, 28(4), 313-322.
- [7] TN Giao, (2011). Vận dụng dạy học khám phá trong dạy học di truyền - Sinh học 12 Trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, (258 - kì 2 tháng 3/2011).
- [8] NTH Giang, (2013). Vận dụng phương pháp dạy học khám phá vào dạy học "Phân số thập phân" (Toán 5). *Tạp chí Giáo dục*, (317 - kì 1 tháng 9/2013).
- [9] BP Uyên, (2014). Dạy học khám phá công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng (hình học 12) bằng suy luận tương tự. *Tạp chí Giáo dục*, số 338 (kì 2- 7/2014).
- [10] N Hiệu & NH Trang, (2016). Sử dụng dạy học khám phá trong dạy học Tiểu học ở Hà Nội. *Tạp chí Giáo dục*, (383 - kì 1 tháng 6/2016).
- [11] QT Sen, (2021). Vận dụng phương pháp dạy học khám phá vào dạy học xác suất và thống kê cho sinh viên đại học. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, (42 tháng 6/2021).
- [12] LT Trung, (2020). Vận dụng dạy học khám phá trong dạy học khoa học ở trường Tiểu học. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, (25 - tháng 01/2020).
- [13] NTT Trang, (2022). Vận dụng dạy học khám phá để phát triển năng lực tìm hiểu thế giới tự nhiên dưới góc độ hóa học cho học sinh. *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Hà Nội*, (4/2022).
- [14] PD Hòa, (2011). Các dạng khám phá theo thuyết kiến tạo trong dạy học tiểu học. *Tạp chí Giáo dục*, (270 - kì 2 tháng 9/2011).
- [15] VV Thông, (2015). Dạy học khám phá khoa học theo định hướng phát triển năng lực người học trong dạy học bài "Quan hệ giữa góc tới và góc khúc xạ" (Vật lý 9). *Tạp chí Giáo dục*, (359 - kì 1 tháng 6/2015).
- [16] TTT Xuân, (2011). Dạy học khám phá phần Cơ sở Di truyền học cho học sinh chuyên Sinh Trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, (268 - kì 2 tháng 8/2011).
- [17] P Sunthone, T Outhit, S Thongkhao, S Vilalert, K Boualy, K Bunseng & P Nouan, (2014). *Sách giáo khoa Toán lớp 10*. Nhà xuất bản Giáo dục và thể thao, Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào.
- [18] P Sunthone, K Khamphuy, T Outhit, S Thongkhao, S Vilalert, K Boualy, K Soudaphone & P Donebanhdid, (2015). *Sách giáo khoa Toán lớp 11*. Nhà xuất bản Giáo dục và thể thao, Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào.