TẠP CHÍ KHOA HỌC TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
Khoa học Giáo dục 2026, Volume 71, Issue 7, pp. 141-151
ISSN: 2354-1075; Website: https://hnuejs.edu.vn/ss
DOI: 10.18173/2354-1075.2026-0110

SỬ DỤNG PHẦN MỀM GEOGEBRA TẠO DỰNG MÔI TRƯỜNG HỌC TẬP KHÁM PHÁ TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ LỚP 10

Vũ Đình Phượng[1], Nhotlusay Sengvongdeaune[2], Đặng Minh Tuấn[*1] và Lê Tuấn Anh[1]
[1]*Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội, Việt Nam*
[2]*Đại học Quốc gia Lào, Viêng Chăn, Lào*
[*]Tác giả liên hệ: Đặng Minh Tuấn, e-mail: minhtuan@hnue.edu.vn
Ngày nhận bài: 30/4/2026. Ngày sửa bài: 8/6/2026. Ngày nhận đăng: 17/7/2026.

Tóm tắt. Trong dạy học môn Toán, việc tổ chức cho học sinh tự khám phá tri thức là rất cần thiết. Giáo viên cần xây dựng môi trường học tập có khả năng hỗ trợ, đánh giá và phản hồi để học sinh có thể tự điều chỉnh việc học trong quá trình khám phá. Với sự phát triển của công nghệ, môi trường học tập khám phá với sự hỗ trợ của các phần mềm và ứng dụng (application) mang đến nhiều ưu điểm. Đã có nhiều nghiên cứu trong và ngoài nước về việc sử dụng phần mềm GeoGebra tạo dựng môi trường học tập cho học sinh. Tuy nhiên những nghiên cứu này chủ yếu tập trung vào dạy học Hình học và chưa xây dựng môi trường học tập khám phá theo các mức độ của hoạt động học tập khám phá. Dựa trên nghiên cứu lí luận, bài báo này đưa ra quan niệm và các mức độ về hoạt động học tập khám phá, môi trường học tập khám phá, đồng thời đề xuất những cách thức sử dụng phần mềm GeoGebra xây dựng môi trường học tập khám phá Toán học cho học sinh và minh họa những cách thức này trong dạy học chủ đề hàm số và đồ thị ở lớp 10.
Từ khóa: Hoạt động khám phá, Môi trường học tập khám phá, GeoGebra, Hàm số và đồ thị.

USING GEOGEBRA SOFTWARE TO CREATE AN EXPLORATORY LEARNING ENVIRONMENT FOR TEACHING FUNCTION AND GRAPHS IN GRADE 10

Vu Dinh Phuong[1], Nhotlusay Sengvongdeaune[2], Dang Minh Tuan[*1]and Le Tuan Anh[1]
[1]*Hanoi National University of Education, Hanoi, Vietnam*
[2]*National University of Laos, Vientiane, Laos*
[*]Corresponding author: Dang Minh Tuan, e-mail: minhtuan@hnue.edu.vn
Received April 30, 2026. Revised June 8, 2026. Accepted July 17, 2026.

Abstract. In teaching Mathematics, it is essential to organize exploratory activities for students. Teachers need to create a learning environment capable of providing support, assessment and feedback, allowing students to self-regulate their learning during the process of exploration. With the advancement of technology, exploratory learning environments supported by software and applications offer numerous advantages. There have been many domestic and international studies on the use of GeoGebra software to create learning environments for students. However, these studies have mainly focused on geometry teaching and have not proposed exploratory learning environments corresponding to different levels of exploratory learning activities. Based on theoretical research, this study presents conceptualizations and levels of exploratory learning activities and discusses exploratory learning environment. It also proposes ways of using GeoGebra software to create exploratory mathematics learning environments for students and gives illustrative these approaches through the teaching of Functions and Graphs in Grade 10.
Keywords: Exploration activities, Exploratory learning environment, GeoGebra, Functions and graphs.

1. Mở đầu

Dạy học môn Toán hiện nay đang hướng tới việc hình thành và phát triển năng lực cho học sinh (HS). Theo tác giả Nguyễn (2017), năng lực chỉ được hình thành và phát triển trong hoạt động và bằng hoạt động. Vì vậy GV cần chú trọng tới việc tổ chức hoạt động học tập đa dạng mà ở đó HS được tham gia vào quá trình tìm tòi tri thức cho bản thân. Để HS có thể tham gia được vào quá trình khám phá tri thức, việc xây dựng môi trường học tập phải đảm bảo để có thể phản hồi cho HS trong quá trình tìm tòi khám phá. Theo Ouzzine & nnk (2022), trọng tâm của phương pháp dạy học dựa trên khám phá là tạo ra một môi trường học tập nơi HS được cung cấp nhiều nhiệm vụ khác nhau cho phép họ khám phá kiến thức và rèn luyện kĩ năng mà dạy học hướng tới.

Sự phát triển của công nghệ thông tin và truyền thông (CNTT&TT) đã mở ra những hình thức giao tiếp và tương tác mới, giúp HS không chỉ chia sẻ thông tin mà còn tham gia vào các hoạt động hợp tác, mô phỏng và tự khám phá kiến thức toán học. CNTT&TT cũng cung cấp các khả năng tương tác đa phương tiện, giúp HS sử dụng nhiều giác quan khác nhau (như thị giác, xúc giác, thính giác) trong việc học toán, từ đó thay đổi cách thức khám phá toán học. Vì vậy, CNTT&TT đã và đang trở thành phương tiện dạy học đắc lực hỗ trợ GV trong việc xây dựng môi trường học tập (Hegedus & Moreno-Armella, 2020).

Trong các phần mềm có khả năng hỗ trợ GV thiết kế môi trường học tập khám phá, GeoGebra được lựa chọn nhờ tính chất mã nguồn mở, khả năng kết hợp giữa đại số và hình học; hơn nữa GeoGebra có thể tạo ra môi trường học tập động, trực quan, giàu tính tương tác. Khả năng tương tác động của GeoGebra giúp HS quan sát trực quan sự thay đổi của các đối tượng toán học khi điều chỉnh tham số, từ đó hỗ trợ đắc lực cho các hoạt động khám phá, thực nghiệm và hình thành giả thuyết (Dikovic, 2009). Trên thế giới, các nghiên cứu về GeoGebra trong dạy học môn Toán đã được triển khai ở nhiều nội dung khác nhau. Trong dạy học hình học, GeoGebra thường được sử dụng để hỗ trợ HS quan sát, dự đoán và kiểm chứng các quan hệ hình học, các định lí hoặc phép biến hình thông qua mô hình trực quan động. Trong dạy học đại số, GeoGebra được sử dụng như môi trường trung gian giúp HS thiết lập mối liên hệ giữa biểu thức đại số và biểu diễn hình học. Marion & nnk (2023) đã thực nghiệm đánh giá tác động của chiến lược dạy học khám phá có sự hỗ trợ của GeoGebra, kết quả cho thấy phương pháp này giúp cải thiện rõ rệt cả mức độ làm chủ kiến thức lẫn sự hứng thú học tập đối với các phép tính số học trên biểu thức đại số của HS. Ở Việt Nam, việc sử dụng GeoGebra trong dạy học môn Toán đã được quan tâm nghiên cứu. Các công trình của Phan (2013), Trần và Nguyễn (2020) cho thấy GeoGebra có thể hỗ trợ HS khám phá định lí, phép biến hình và các quan hệ toán học thông qua quan sát, dự đoán và kiểm chứng trực quan. GeoGebra không chỉ là công cụ minh họa mà còn có thể trở thành phương tiện hỗ trợ tổ chức hoạt động học tập khám phá, trong đó HS được tạo điều kiện thao tác, quan sát, phát hiện và khái quát hoá tri thức.

Trong bối cảnh chương trình (CT) môn Toán ở Việt Nam, việc sử dụng phần mềm GeoGebra để tạo môi trường học tập khám phá chủ đề hàm số và đồ thị ở lớp 10 theo ba mức độ của hoạt động học tập khám phá (xem Phan và Nguyễn, 2016) vẫn cần được làm rõ. Từ việc nghiên cứu lí luận, bài báo đưa ra quan niệm về hoạt động học tập khám phá, các mức độ học tập khám phá và môi trường học tập khám phá trong môn Toán. Từ đó đề xuất những cách thức sử dụng phần mềm GeoGebra để thiết kế và tổ chức hoạt động học tập khám phá theo ba mức độ trong dạy học chủ đề hàm số và đồ thị ở lớp 10.

2. Hoạt động học tập khám phá

2.1. Quan niệm về hoạt động học tập khám phá

Jonassen (2002) cho rằng việc học tập là một hoạt động diễn ra trong các hệ thống hoạt động có mục đích và có tính tích hợp. Phạm & nnk (1995) khẳng định "Hoạt động học là hoạt động của

HS nhằm lĩnh hội nội dung kinh nghiệm xã hội" [tr.198]. Một hoạt động học tập có mục đích gồm 3 thành phần: Động cơ học tập - nhận thức; Nhiệm vụ học tập; Hành động học tập (Phạm & nnk, 1995).

Đề cập tới hoạt động học tập khám phá, Trần (2014) cho rằng, "Khám phá là hoạt động của con người tác động lên một đối tượng nào đó nhằm tìm ra bản chất bên trong của đối tượng – những điều mà con người chưa từng biết trước đó" [tr.57]. Tuy nhiên, Bruner (1961) lại quan niệm khám phá không chỉ giới hạn là những hoạt động tìm ra những thứ gì đó mà nhân loại chưa từng biết trước đó, mà khám phá còn bao gồm mọi phương thức tự lĩnh hội tri thức bằng cách vận dụng tư duy của cá nhân. Tác giả Hammer (1997) cũng quan niệm học tập khám phá là chỉ một dạng học tập trong đó HS được tiếp cận với những câu hỏi và trải nghiệm cụ thể, qua đó HS tự "khám phá" ra những khái niệm mà CT muốn trang bị. Cùng quan điểm với Hammer (1997), Van Joolingen (1999) cho rằng, học tập khám phá là một hình thức học tập trong đó người học tự xây dựng kiến thức của mình bằng cách thử nghiệm trong một lĩnh vực và suy luận ra các quy tắc từ kết quả của những thử nghiệm đó. Thông qua các hoạt động mang tính kiến tạo này, người học có thể hiểu sâu hơn về lĩnh vực đang tìm hiểu.

Hoạt động học tập khám phá có những lợi ích và đặc trưng riêng. Bruner (1961) cho rằng, trải qua hoạt động học tập khám phá, HS sẽ (1) phát triển được khả năng trí tuệ, (2) chuyển từ việc học tập với động lực thưởng phạt bên ngoài qua việc học tập với động lực nội tại (niềm yêu thích học tập), (3) học được cách tiếp cận khám phá, và (4) được hỗ trợ trong quá trình ghi nhớ. Castronova (2002) cũng đã trình bày những đặc trưng của học tập khám phá bao gồm: việc học mang tính chủ động hơn là thụ động; việc học dựa trên quá trình hơn là chỉ dựa trên sự ghi nhớ các sự kiện; thất bại đóng vai trò quan trọng trong quá trình hình thành kiến thức; phản hồi là cần thiết; sự hiểu biết đạt được sâu sắc hơn. Qua hoạt động khám phá, HS rút ra kinh nghiệm học tập từ bạn bè và GV để tự điều chỉnh phương pháp học sao cho phù hợp nhất, hiệu quả nhất đối với bản thân, đồng thời biết cách tự học, tự kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của mình (Lê, 2020).

Trong bài báo này, hoạt động học tập khám phá được hiểu là hoạt động học của HS với mục đích là tự tìm tòi ra kiến thức, rèn luyện kĩ năng mới thông qua những nhiệm vụ học tập được GV cài đặt sẵn trong một môi trường có dụng ý sư phạm.

2.2. Các mức độ học tập khám phá

Dù học tập khám phá mang lại tính tích cực, chủ động trong học tập cho HS, tuy nhiên, các nhà nghiên cứu cũng còn e ngại liệu HS có đủ khả năng để thực hiện việc khám phá hay không. Hammer (1997) cho rằng việc tìm tòi của HS thường được "dẫn dắt" bởi GV và tài liệu học tập vì không ai kì vọng HS có thể tự mình phát hiện ra những ý tưởng mà các nhà khoa học phải mất hàng thế kỉ mới phát triển được.

Để phù hợp với nhiều đối tượng HS, một số nhà nghiên cứu đã phân chia học tập khám phá thành các mức độ. Tác giả Prasad (2011) đã chia học tập khám phá trong môn Toán thành hai loại là khám phá thuần túy (Pure discovery) và khám phá có hướng dẫn (Guided discovery). Trong khám phá thuần túy, GV đưa ra tình huống để HS sử dụng trực giác và kiến thức đã học trước đó tự mình khám phá với rất ít hoặc không có sự hướng dẫn trực tiếp từ GV. Mức độ khám phá này phù hợp với HS có năng khiếu và mang đến cho các em loại trải nghiệm cần thiết cho việc nghiên cứu độc lập sau này. Quy trình áp dụng khi dạy toán ở mức độ khám phá này gồm các bước: trình bày vấn đề, tạo môi trường để khám phá, khám phá, kiểm chứng và khái quát hoá (Prasad, 2011). Khám phá có hướng dẫn là một chuỗi các bước mà ở đó GV dẫn dắt lớp học đi theo hướng đúng, loại bỏ những hướng sai hoặc chưa phù hợp, đặt các câu hỏi gợi mở và giới thiệu những ý tưởng quan trọng khi cần thiết. Quy trình áp dụng khi dạy toán ở mức độ khám phá này gồm các bước: trình bày vấn đề, khám phá dưới sự hướng dẫn của GV, kiểm chứng và khái quát hoá (Prasad, 2011).

Để làm rõ hơn mức độ của khám phá có hướng dẫn, tác giả Trần (2014) đã chia thành khám phá có hướng dẫn toàn phần và khám phá có hướng dẫn một phần. Trong khám phá có hướng dẫn toàn phần, GV tổ chức các hoạt động để HS thực hiện và HS hoạt động theo hướng dẫn của GV

để đạt được mục tiêu hoạt động. Còn khám phá có hướng dẫn một phần thì GV đặt vấn đề, để ngỏ phương pháp giải còn HS tự tìm con đường để giải. Các tác giả Phan và Nguyễn (2016) đã chia dạy học khám phá thành 3 mức độ bao gồm: dạy học khám phá có dẫn dắt (Guided discovery learning), dạy học khám phá có sự hỗ trợ (Modified discovery learning) và dạy học khám phá tự do (Free discovery learning).

Từ sự phân chia mức độ hoạt động khám phá của các nghiên cứu đi trước và dựa vào đặc điểm của môn Toán (xem Nguyễn, 2017), trong bài báo này, hoạt động học tập khám phá được chia thành 3 mức độ phù hợp với việc học tập môn Toán của HS ở trường phổ thông:

Mức 1- Khám phá có hướng dẫn toàn phần: GV đặt ra những câu hỏi hoặc nhiệm vụ dẫn dắt HS từng bước hướng tới kiến thức, kĩ năng cần hình thành. Ở mức độ này, GV không phải là người cung cấp ngay kiến thức mới mà GV tổ chức cho HS hoạt động học tập dựa trên những kinh nghiệm và kiến thức, kĩ năng đã có để tìm tòi ra kiến thức, kĩ năng mới. Trong học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần, GV đóng vai trò dẫn dắt và thể thức hoá kiến thức còn HS hoạt động theo hướng dẫn của GV để đưa ra được kiến thức, kĩ năng cần học.

Mức 2 - Khám phá có hướng dẫn một phần: GV đặt ra mục tiêu về kiến thức, kĩ năng cần đạt được. GV cung cấp phương tiện, học liệu cần thiết để HS thực hiện các hoạt động học tập tìm tòi ra kiến thức, kĩ năng mới. Trong học tập khám phá có hướng dẫn một phần, GV đóng vai trò thiết kế phương tiện, học liệu, tạo môi trường học tập, giao nhiệm vụ, hỗ trợ HS khám phá và xác nhận kiến thức. Còn HS đóng vai trò chủ động tìm tòi kiến thức, kĩ năng mới dựa trên phương tiện, học liệu do GV cung cấp và kiến thức, kĩ năng, kinh nghiệm đã có.

Mức 3 - Khám phá tự do: GV tạo tình huống, môi trường học tập mở mà ở đó HS tự đặt vấn đề cần giải quyết và cách thức giải quyết vấn đề đó. Tình huống, môi trường học tập mở cho phép HS đưa ra nhiều vấn đề và nhiều cách thức giải quyết vấn đề khác nhau. Trong khám phá tự do, GV có vai trò tạo tình huống, môi trường học tập và thể thức hoá kiến thức còn HS khám phá ra tri thức của môn Toán. Những tri thức này là mới với bản thân HS, nhưng thường không phải là tri thức mới của nhân loại. Hoạt động của HS gần giống như hoạt động của các nhà khoa học.

2.3. Môi trường học tập khám phá

Để HS thực hiện được các hoạt động học tập khám phá, GV cần tạo dựng được môi trường học tập mà ở đó HS được tương tác với môi trường, nhận được sự hỗ trợ, phản hồi để HS điều chỉnh quá trình khám phá của mình. HS rất khó có thể tự khám phá ra tri thức nếu không có môi trường học tập được GV tạo dựng với những dụng ý sư phạm nhất định. Nhờ những môi trường học tập được tạo dựng, HS có thể rút ngắn được thời gian khám phá phù hợp với trình độ nhận thức và thời gian học tập cho phép ở nhà trường phổ thông.

Môi trường trong dạy học cũng đã được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm, theo lí thuyết tình huống, hệ thống dạy học tối thiểu bao gồm bốn thành phần là GV, HS, tri thức và môi trường. Trong đó môi trường là hệ thống các yếu tố mà người học tương tác, tác động đến việc vận dụng và điều chỉnh kiến thức, quan niệm sẵn có của người học. Khi người học làm việc với những đối tượng trong môi trường, họ sẽ trải qua quá trình đồng hóa hoặc điều ứng, gọi chung là thích nghi với môi trường (Nguyễn, 2017). GV cũng là một phần của môi trường và thậm chí có thể đóng vai trò thay thế cho môi trường (Brousseau, 2002). Để HS có thể thực hiện được hoạt động học tập khám phá, GV cần tạo ra môi trường học tập khám phá mà ở đó, HS được sử dụng những công cụ, phương tiện học tập được GV cài đặt sẵn để hỗ trợ nhận thức cho HS trong việc thực hiện hoạt động khám phá. Thách thức ở đây là làm cho các công cụ, phương tiện này không gây cản trở, tức là giữ được tính chất khám phá của môi trường học tập, đồng thời vẫn hỗ trợ và định hướng các quá trình học tập đang diễn ra (Van Joolingen, 1999).

Trong những năm gần đây, CNTT&TT có thể được khai thác để tạo môi trường học tập khám phá hiệu quả. Phan (2013) cho rằng việc tổ chức dạy - học với sự hỗ trợ của máy tính điện tử và

các phần mềm toán học nhằm xây dựng một môi trường dạy - học với 3 đặc tính cơ bản sau: Tạo ra một môi trường học tập hoàn toàn mới mà trong môi trường này tính chủ động, sáng tạo của HS được phát triển tốt nhất - người học có điều kiện phát huy khả năng phân tích, suy đoán và xử lí thông tin một cách có hiệu quả; Cung cấp một môi trường cho phép đa dạng hoá mối quan hệ tương tác hai chiều giữa thầy và trò; Tạo ra một môi trường dạy và học linh hoạt, có tính mở. Phần mềm hình học động cũng tạo điều kiện thuận lợi cho việc vẽ đồ thị hàm số (ĐTHS) dựa trên các phương trình, cho phép HS thử nghiệm và khám phá về hàm số bằng cách giữ cố định một hệ số và thay đổi hệ số khác. Nguyễn và Hoa (2024) đã nghiên cứu ứng dụng GeoGebra trong thiết kế mô hình động và kế hoạch bài dạy nội dung hình nón (lớp 9) nhằm tạo môi trường học tập hỗ trợ phát triển năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán cho HS. Cũng có nhiều nghiên cứu chỉ ra rằng phần mềm GeoGebra hỗ trợ việc học tập khám phá, Zhang & nnk (2025) đã thực hiện một phân tích tổng hợp (meta - analysis) trong vòng 20 năm từ năm 2002 đến năm 2022, từ các nghiên cứu của 1334 nhà nghiên cứu trên khắp thế giới để đưa ra kết quả rằng GeoGebra được xem như một giàn giáo để trực quan động hiệu quả hơn.

Dựa trên các quan niệm về môi trường ở trên, trong bài báo này, môi trường học tập khám phá được quan niệm là các yếu tố xung quanh có tác động và phản hồi đến quá trình học tập của HS, giúp HS khám phá ra kiến thức mới cho bản thân và kiểm chứng được sự đúng đắn của những kiến thức vừa khám phá được.

3. Sử dụng phần mềm GeoGebra thiết kế và tổ chức hoạt động học tập khám phá trong dạy học chủ đề *Hàm số và đồ thị* lớp 10

Dựa trên ba mức độ của học tập khám phá, bài báo lựa chọn các tính năng phù hợp của GeoGebra nhằm thiết kế môi trường học tập khám phá và tổ chức hoạt động học tập khám phá trong dạy học chủ đề hàm số và đồ thị lớp 10.

3.1. Mức độ 1: Sử dụng GeoGebra hỗ trợ trực quan để tổ chức hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần

3.1.1. Cách thực hiện

Giai đoạn 1. Thiết kế hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần

GV sử dụng GeoGebra xây dựng các hình ảnh trực quan (tĩnh và động thông qua tính năng thanh trượt và vết) về những khái niệm, đối tượng, tính chất mà GV muốn HS khám phá. Mỗi biểu diễn hoặc thao tác dự kiến trên GeoGebra đều mang ý đồ sư phạm nhất định, được cụ thể hoá thông qua bộ câu hỏi đặt ra sau khi HS quan sát, qua đó định hướng HS từng bước khám phá tri thức cuối cùng.

Giai đoạn 2. Tổ chức hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần

Trong giai đoạn này, HS thực hiện các hoạt động học tập khám phá dưới sự hướng dẫn của GV. Tiến trình có thể tổ chức như sau: (i) HS quan sát hình ảnh tĩnh, hình ảnh động do GV thao tác; (ii) HS suy nghĩ, phân tích hiện tượng quan sát được và trả lời các câu hỏi khám phá đã được GV chuẩn bị nhằm định hướng quá trình phát hiện tri thức; (iii) HS trao đổi, so sánh các câu trả lời, từ đó nêu dự đoán, phát hiện mối liên hệ và tự phát biểu hoặc mô tả tri thức toán học theo cách hiểu của mình; (iv) HS lắng nghe GV thể thức hoá kiến thức.

3.1.2. Ví dụ minh hoạ

Trong bài 16 - Hàm số bậc hai (SGK Toán 10, tập 2), HS đã được học về khái niệm hàm số bậc hai (HSBH), nhận diện được HSBH và thiết lập được bảng giá trị HSBH. GV có thể sử dụng GeoGebra thiết kế hoạt động học tập khám phá và tổ chức hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần khi dạy sang nội dung đồ thị của hàm số bậc hai (ĐTHSBH) như sau:

Giai đoạn 1. Thiết kế hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần

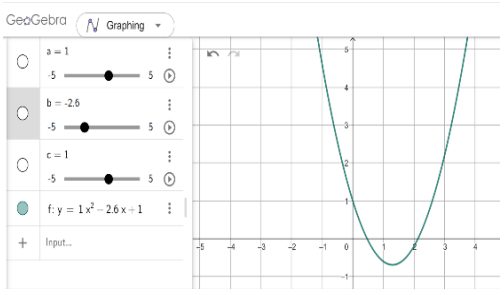
Trước giờ học, GV tạo ra những đối tượng trên GeoGebra bằng các thao tác sau đây: (i) GV tạo ra hình ảnh động cho ĐTHS $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, với các hệ số $a,\ b,\ c$ thay

đổi trên các thanh trượt. Các thanh trượt này sẽ hiển thị xuyên suốt tất cả các hoạt động trong giai đoạn 2 dưới đây. (ii) GV tạo ra điểm C (cho hiển thị toạ độ) là giao điểm của ĐTHSBH với trục tung. Mục đích của việc này là để HS phát hiện ra tung độ của điểm C sẽ bằng hệ số c trong công thức của HSBH. (iii) GV tạo ra trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$ và hai điểm A, B là giao điểm của ĐTHSBH với trục hoành. (iv) GV tạo ra một số hình ảnh ĐTHSBH với hệ số $a,\ b,\ c$ được GV lựa chọn có dụng ý sư phạm, cụ thể GV chọn giá trị $2a \in Ư(b)$ với các số $a, b, \in \mathbb{Z}$, để $-\frac{b}{2a}$ cũng là số nguyên. Trong các hình ảnh được tạo ra, có một số ĐTHSBH cắt trục hoành và một số ĐTHSBH không cắt trục hoành. Mục đích của việc tạo ra những hình ảnh này nhằm hỗ trợ HS dự đoán ra trục đối xứng và đỉnh của ĐTHSBH.

Giai đoạn 2. Tổ chức hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần

Hoạt động 1: Tìm hiểu về hình dáng của ĐTHSBH

GV tóm tắt kiến thức lớp 9 về hàm số $y = ax^2\ (a \neq 0)$, cụ thể ĐTHS $y = ax^2\ (a \neq 0)$ là một đường parabol và có những tính chất sau: (i) Có đỉnh là gốc toạ độ O; (ii) Có trục đối xứng Oy; (iii) Nằm phía trên trục hoành nếu $a > 0$ và nằm phía dưới trục hoành nếu $a < 0$. Sau đó, GV yêu cầu HS quan sát hình ảnh của ĐTHSBH $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ với giá trị a, b, c thay đổi. HS theo dõi sự thay đổi của hình dạng ĐTHS khi các giá trị *a, b, c* thay đổi. GV đặt ra câu hỏi khám phá: "So sánh tính chất của ĐTHSBH với ĐTHS $y = ax^2\ (a \neq 0)$ đã được học ở lớp 9, tính chất nào giữ nguyên? Tính chất nào không phù hợp? Từ đó, hãy dự đoán ĐTHSBH tổng quát $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ là một đường gì?". HS trình bày dự đoán, trao đổi và từng bước đi đến nhận xét: "ĐTHSBH là một đường parabol". GV thể thức hoá kiến thức cần đạt.



Hình 1. Sử dụng GeoGebra để xây dựng các biểu diễn ĐTHS dưới dạng tĩnh và động

Hoạt động 2: Nhận diện dáng điệu của ĐTHSBH khi hệ số a thay đổi

Hoạt động này gồm hai pha, tương ứng với hai trường hợp $a > 0$ và $a < 0$. Với trường hợp $a > 0$, GV dùng thanh trượt để thiết lập giá trị a trong một khoảng dương (chẳng hạn từ 0,1 đến 5), sau đó thay đổi các giá trị b và c. Qua quan sát, HS nhận thấy rằng mặc dù vị trí và hình dạng cụ thể của ĐTHSBH thay đổi, nhưng dáng điệu chung của ĐTHSBH vẫn không đổi, có dạng "mở lên" giống chữ U, với bề lõm quay lên trên. GV khái quát và khẳng định lại rằng trường hợp này ĐTHSBH có bề lõm quay lên. Với trường hợp $a < 0$, GV thực hiện tương tự. Bằng cách điều chỉnh thanh trượt để a nhận các giá trị âm và tiếp tục thay đổi giá trị b, c, HS quan sát và nhận thấy rằng tất cả các ĐTHS thu được đều có dạng "úp xuống" giống kí hiệu ∩, với bề lõm quay xuống dưới. Do đó, HS hình thành nhận thức rằng dấu của hệ số a quyết định dáng điệu chung của ĐTHSBH: $a > 0$ thì ĐTHS có bề lõm quay lên, còn $a < 0$ thì ĐTHS có bề lõm quay xuống.

Hoạt động 3: Nhận diện mối quan hệ giữa hệ số c và giao điểm giữa ĐTHSBH và trục tung

GV cho hiện điểm C là giao điểm của ĐTHSBH với trục tung. GV sử dụng thanh trượt để điều chỉnh hệ số c với các hệ số a, b cố định $(a \neq 0)$. Thông qua việc thao tác trên thanh trượt, HS quan sát được hình ảnh động của ĐTHSBH khi hệ số c thay đổi. Sau đó, GV có thể cho HS quan sát giao điểm của ĐTHS với trục tung khi *a, b* thay đổi và *c* cố định để HS thấy rằng khi *c* cố định thì giao điểm của ĐTHS với trục tung không thay đổi (tức là giao điểm này không phụ thuộc vào các hệ số *a, b*). Trên cơ sở đó, GV yêu cầu HS mô tả, khái quát và rút ra các nhận xét về mối liên hệ của hệ số c đối với giao điểm của ĐTHSBH với trục tung.

Hoạt động 4: Khám phá trục đối xứng và toạ độ đỉnh của ĐTHSBH

Trong hoạt động này, GV cho hiện trục đối xứng, điểm A, B (giao điểm của ĐTHSBH với trục hoành), đỉnh của ĐTHSBH.

Hoạt động 4.1: Khám phá trục đối xứng. GV sẽ tổ chức thành ba pha. Trong pha 1, GV cố định các hệ số a, b, đồng thời thay đổi hệ số c thông qua các thanh trượt. Quan sát các ĐTHS, HS nhận thấy vị trí của trục đối xứng không thay đổi khi giá trị c thay đổi, từ đó HS bước đầu hình thành nhận định rằng trục đối xứng không phụ thuộc vào hệ số c. Trên cơ sở đó, GV đặt vấn đề nhằm định hướng cho HS xác định mối quan hệ giữa trục đối xứng với các hệ số a và b. Trong pha 2, GV khai thác trường hợp ĐTHSBH cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B. HS được yêu cầu quan sát mối liên hệ giữa trục đối xứng và hai điểm này, từ đó nhận ra rằng hai điểm A và B đối xứng qua trục đối xứng của ĐTHSBH. Trên cơ sở đó, GV dẫn dắt HS khám phá ra phương trình của trục đối xứng. Cụ thể, HS nhận thấy phương trình hoành độ giao điểm của ĐTHSBH với trục hoành có hai nghiệm phân biệt x_A và x_B và theo định lí Viète thì $x_A + x_B = -\frac{b}{a}$. Do trục đối xứng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB nên hoành độ giao điểm của trục đối xứng và trục hoành xác định bởi $\frac{x_A+x_B}{2} = -\frac{b}{2a}$. Từ đó, HS dự đoán được trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$. Trong pha 3, GV tiếp tục đặt vấn đề trong trường hợp ĐTHSBH không cắt trục hoành thì trục đối xứng có còn là $x = -\frac{b}{2a}$ hay không. GV trình chiếu một số trường hợp cụ thể đã được thiết kế sẵn, yêu cầu HS ghi lại a, b và phương trình của trục đối xứng, tìm mối liên hệ giữa các yếu tố trên, từ đó dự đoán và khái quát hoá công thức $x = -\frac{b}{2a}$.

Hoạt động 4.2: Khám phá toạ độ đỉnh của ĐTHSBH. GV cho hiện ĐTHSBH tổng quát, trục đối xứng và đỉnh I của ĐTHSBH. HS được yêu cầu quan sát, phát hiện và dự đoán vị trí của trục đối xứng và đỉnh I khi GV thay đổi giá trị a, b và c. Từ các quan sát này, HS nhận ra rằng điểm I luôn nằm trên trục đối xứng và có $x_I = -\frac{b}{2a}$, từ đó thay vào công thức của HSBH ban đầu để tìm ra $y_I = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$. GV dẫn dắt HS biến đổi $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ thành $\frac{-\Delta}{4a}$. Qua hoạt động này, HS khám phá ra toạ độ của đỉnh HSBH.

Qua cách thức tổ chức ở ví dụ này, GV là người chủ động đưa ra vấn đề cần khám phá, HS không bị động trong tiếp nhận tri thức mà được dẫn dắt tìm ra tri thức đó. Đây là những hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn toàn phần.

3.2. Mức độ 2: Xây dựng chương trình dạy học trên môi trường GeoGebra để tổ chức cho học sinh khám phá có hướng dẫn một phần

3.2.1. Cách thực hiện

Giai đoạn 1. Thiết kế hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn một phần

Trong hoạt động khám phá ở mức độ 1, GV có vai trò đặt câu hỏi, phản hồi câu trả lời của HS, thao tác trực tiếp trên phần mềm, đưa ra các thông báo tri thức, mệnh lệnh. Sang mức độ 2, GV chỉ đề xuất vấn đề cần khám phá và HS sẽ chủ động trong quá trình khám phá tri thức với sự hỗ trợ rất ít từ GV. Với những tính năng của GeoGebra được trình bày ở mục 1, GV có thể xây dựng chương trình dạy học trên môi trường GeoGebra để tổ chức cho HS khám phá có hướng dẫn một phần. Vai trò của GV là thiết kế CT dạy học chứa các hoạt động học tập có dụng ý sư phạm, phản hồi, để HS có thể tự khám phá ra tri thức. Nhiệm vụ của HS là tham gia và tự tương tác trong CT trên. Các hoạt động được thiết kế trong mức độ 1 đã được chuyển thành CT, thay thế công việc của GV. HS trong tình huống này có nhiều quyền kiểm soát, tự chủ, tự học, học theo nhịp độ riêng, được khám phá kiến thức theo tốc độ riêng.

Giai đoạn 2. Tổ chức hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn một phần

Trong giai đoạn này, GV có thể tiến hành như sau: (i) Trước buổi học, GV giao nhiệm vụ HS truy cập vào đường dẫn tới CT và thực hiện nhiệm vụ ở nhà; (ii) Trong buổi học, GV tổ chức kiểm tra đánh giá việc học ở nhà của HS thông qua một số câu hỏi kiểm tra kiến thức. Mục đích của hoạt động này nhằm kiểm tra HS đã thực hiện nhiệm vụ ở nhà và tạo cơ hội chứng minh về mặt toán học những điều HS quan sát/dự đoán được; (iii) Sau đó, GV tổ chức cho HS trao đổi

thảo luận nội dung bài học. (iv) GV thể thức hoá kiến thức.

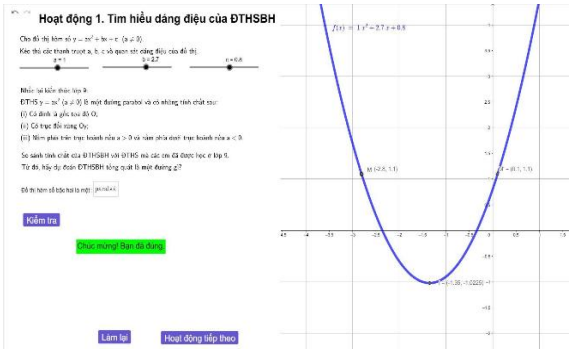
3.2.2. Ví dụ minh hoạ

Giai đoạn 1. Thiết kế hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn một phần

Tương tự như 4 hoạt động ở ví dụ trong mức độ 1, GV sẽ tạo ra CT gồm 4 hoạt động tương ứng, bao gồm Hoạt động 1: Tìm hiểu về hình dáng của ĐTHSBH; Hoạt động 2: Nhận diện dáng điệu của ĐTHSBH khi hệ số a thay đổi; Hoạt động 3: Nhận diện mối quan hệ giữa hệ số c và giao điểm giữa ĐTHSBH và trục tung; Hoạt động 4: Khám phá trục đối xứng và toạ độ đỉnh của ĐTHSBH. Giao diện của CT bao gồm: bên trái là khu vực điều khiển và phản hồi; bên phải là không gian hiển thị hình ảnh ĐTHSBH, các trục toạ độ và một số điểm đặc biệt tuỳ thuộc dụng ý sư phạm của CT.

Giai đoạn 2. Tổ chức hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn một phần

Để tổ chức dạy học, GV có thể tiến hành như sau: (i) Trước buổi học, GV yêu cầu HS về nhà truy cập đường dẫn tới CT được xây dựng dựa trên GeoGebra và làm bài. Bên cạnh đó, GV yêu cầu HS tự hệ thống lại kiến thức ở mỗi liều vào vở; (ii) Trong buổi học tiếp theo, GV tổ chức kiểm tra đánh giá việc học ở nhà của HS thông qua kiểm tra vở (các tổ trưởng sẽ kiểm tra việc ghi chép vở của các bạn trong lớp) và một phiếu bài tập ngắn nhằm kiểm tra kiến thức của HS; (iii) GV tổ chức cho HS trao đổi thảo luận về những điều HS khám phá được khi thực hiện CT chẳng hạn như GV yêu cầu HS giải thích tại sao giao điểm của ĐTHSBH với trục tung lại phụ thuộc vào giá trị của hệ số c, tại sao lại tìm được công thức toạ độ đỉnh của ĐTHSBH. (iv) GV thể thức hoá kiến thức về ĐTHSBH. Qua cách thức tổ chức ở ví dụ này, GV là người thiết kế hoạt động khám phá thông qua CT dạy học trên môi trường GeoGebra, HS chủ động khám phá tri thức toán học theo những chỉ dẫn trong CT đó. Đây là những hoạt động học tập khám phá có hướng dẫn một phần.



Hình 2. Giao diện của CT khám phá ĐTHSBH

3.3. Mức độ 3: Xây dựng trò chơi trên môi trường GeoGebra để tổ chức cho học sinh khám phá tự do

Không như ở mức độ 2, HS được dẫn dắt có chủ đích để khám phá ra các kiến thức như nhau. Ở mức độ 3 này, GV ẩn đi những vấn đề, không đưa cho HS câu hỏi dẫn dắt. Do đó, những vấn đề đưa ra trong trò chơi tương đối mở và HS có thể khám phá ra được nhiều kiến thức khác nhau với nhiều hướng khác nhau.

3.3.1. Cách thực hiện

Giai đoạn 1. Thiết kế hoạt động học tập khám phá tự do

GV xây dựng một trò chơi trên môi trường GeoGebra để HS khám phá tự do. Trò chơi là một môi trường đối kháng mà HS có nhiệm vụ chiến thắng khi thực hiện theo luật chơi. GV sử dụng các nguyên tắc thiết kế trò chơi, bao gồm luật chơi, thời gian, điều kiện thắng thua và xếp hạng. Khi chơi, HS sẽ phát hiện những tri thức toán học ẩn tàng. HS có thể nhận ra được tri thức đó hoặc thấy những điều đó là hiển nhiên. Trong tiết học tiếp theo, GV sẽ tổng hợp lại những phát hiện HS trải nghiệm, sau đó thể thức hoá kiến thức. Như vậy, ta có thể thấy việc thiết kế được một môi trường học tập khám phá đòi hỏi rất nhiều công sức của GV. Khi thiết kế môi trường học tập khám phá tự do, GV không cung cấp trực tiếp vấn đề cần HS phát hiện. Quá trình HS trải nghiệm môi trường học tập khám phá diễn ra tương tự hoạt động của các nhà toán học. So với mức độ 2, dù HS cũng trải nghiệm ở nhà, nhưng mức độ khám phá tri thức ở mức độ 3 có sự khác biệt đáng kể.

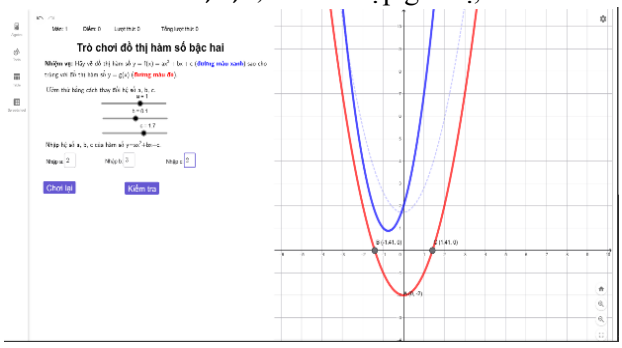
Giai đoạn 2. Tổ chức hoạt động học tập khám phá tự do

GV có thể tổ chức hoạt động học tập khám phá tự do theo một số hướng sau: (i) *Hướng 1:* HS khám phá tự do bằng trò chơi mà GV đã thiết kế ở nhà, GV đến lớp tổ chức cho HS thảo luận những điều HS khám phá được; (ii) *Hướng 2:* HS khám phá tự do bằng trò chơi mà GV đã thiết kế ở trên lớp. GV chia nhóm, cung cấp thiết bị (máy tính, tablet) để HS thi đấu tính điểm và thời gian. Nhóm hoàn thành với điểm cao nhất trong thời gian quy định sẽ giành chiến thắng; (iii) *Hướng 3:* HS khám phá tự do ở nhà và thi đấu trên lớp. GV yêu cầu từng HS trải nghiệm trò chơi ở nhà. Đến lớp, GV sẽ tổ chức trò chơi khác tương tự nhưng HS không được tương tác trên phần mềm, mà dựa vào những trải nghiệm cá nhân trước đó để tham gia thi đấu.

3.3.2. Ví dụ minh hoạ

Giai đoạn 1. Thiết kế hoạt động học tập khám phá tự do

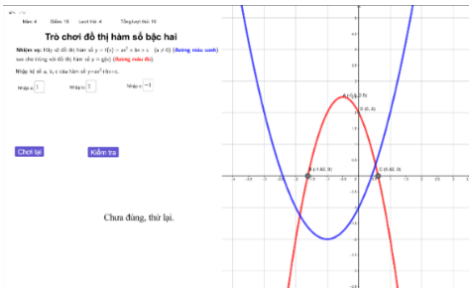
Trò chơi 1: Trò chơi yêu cầu HS tìm được bộ số a, b, c sao cho ĐTHS $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ (đường màu xanh) trùng với ĐTHSBH $y = g(x)$ (đường màu đỏ) được vẽ sẵn. Phần mềm không hiện công thức của HSBH y = g(x). Giao diện trò chơi gồm hai phần. Bên trái là khu vực tương tác chứa các thanh trượt điều chỉnh các tham số $a, b, c,$ các ô nhập giá trị, các nút chức năng như "Kiểm tra", "Chơi lại", "Màn tiếp", và thông tin trạng thái như số màn, điểm số và số lượt thử. Bên phải là khu vực hiển thị, hiện ĐTHS mục tiêu và ĐTHS do HS tạo ra. Khi chơi, HS điều chỉnh tham số hoặc nhập trực tiếp giá trị, sau đó gửi đáp án để kiểm tra. Trò chơi hiển thị các điểm đặc biệt, bao gồm giao điểm của ĐTHS $y = g(x)$ với trục hoành và trục tung; toạ độ đỉnh của ĐTHSBH. Khi HS nhập bộ số a, b, c rồi ấn nút "Kiểm tra", hệ thống sẽ đưa ra thông báo về tính đúng sai và chỉ dẫn HS sang màn chơi tiếp theo nếu HS trả lời đúng, mời HS nhập bộ số khác nếu lựa chọn chưa đúng. Cơ chế này tạo điều kiện cho HS mò mẫm "thử - sai" rồi điều chỉnh, qua đó hỗ trợ HS dần hoàn thiện chiến lược giải quyết vấn đề. Điểm số được tính theo số lần thử: HS sẽ đạt điểm tối đa ở lần đầu, giảm 1 điểm mỗi lần sai và luôn giữ một mức điểm sàn (ví dụ sau quá 7 lần thử, điểm tối đa của màn là 3 điểm) nhằm duy trì động lực học tập. Trò chơi gồm 10 màn, tương ứng với 10 bài toán xác định công thức HSBH từ ĐTHS cho trước. Qua đó, HS có thể tự khám phá ra các tri thức như dáng điệu của ĐTHSBH; vai trò của các hệ số a, b, c.



Hình 3. Giao diện trò chơi 1 ĐTHSBH

Trò chơi 2: Trò chơi 2 có cấu trúc và cơ chế phản hồi tương tự trò chơi 1 nhưng thay đổi cách tương tác: HS không sử dụng thanh trượt để dự đoán mà phải nhập trực tiếp các hệ số a, b và c vào ô giá trị dựa trên việc phân tích ĐTHS đã cho. Sự thay đổi này buộc HS chuyển từ nhận diện trực quan sang lập luận đại số, qua đó nâng cao mức độ hiểu và khả năng vận dụng kiến thức về HSBH. Qua đó, HS có thể khám phá ra các tri thức như dáng điệu của ĐTHSBH; vai trò của các hệ số a, b và c; tọa độ đỉnh; các giao điểm của ĐTHSBH với trục toạ độ.

Trò chơi 3: Trò chơi 3 giữ nguyên cấu trúc và cách tương tác của trò chơi 2, nhưng tập trung khám phá trục đối xứng của ĐTHSBH. Trong mỗi màn chơi, hệ thống cung cấp một đường thẳng cho trước dạng $x = d$ đóng vai trò là trục đối xứng mục tiêu. Nhiệm vụ của HS là nhập các hệ số a, b, c vào $y = ax^2 + bx + c$ sao cho ĐTHSBH nhận đường thẳng đã cho làm trục đối xứng. Qua đó, HS có thể khám phá ra các tri thức như trục đối xứng, toạ độ đỉnh của ĐTHSBH, giao điểm của ĐTHSBH với trục tung.



Hình 4. Giao diện trò chơi 2 ĐTHSBH



Hình 5. Giao diện trò chơi 3 ĐTHSBH

Giai đoạn 2. Tổ chức hoạt động học tập khám phá tự do

Phần này sẽ trình bày cách tổ chức theo hướng thứ nhất trong ba hướng tổ chức hoạt động học tập khám phá tự do đã nêu ra ở mục 3.3.1. GV có thể triển khai như sau: (i) Từ buổi học trước, GV giao nhiệm vụ HS truy cập vào đường dẫn tới trò chơi trên GeoGebra và thực hiện nhiệm vụ đó ở nhà; (ii) HS trải nghiệm trò chơi GeoGebra ở nhà, chụp ảnh màn hình kết quả mà HS đã thực hiện được. Sau đó, HS in ra, viết một vài nhận xét về những điều được trải nghiệm vào mặt sau của tờ giấy đó và nộp lại cho GV trong buổi học tới; (iii) Đến buổi học tới, GV tổ chức trao đổi, thảo luận về những điều HS trải nghiệm được. Qua đó, HS có thể phát hiện và khái quát các kiến thức như: dáng điệu của ĐTHSBH; vai trò của các hệ số a, b, c; giao điểm của ĐTHSBH với các trục tọa độ; trục đối xứng và tọa độ đỉnh của ĐTHSBH; (iv) GV thể thức hoá những kiến thức mà HS phát hiện được. Qua cách thức tổ chức ở ví dụ này, GV tạo ra những trò chơi mà không đề cập tới kiến thức toán học, HS có thể tự do khám phá ra những kiến thức toán học trên để giành chiến thắng trò chơi. Đây là những hoạt động học tập khám phá tự do.

4. Kết luận

Trong dạy học phát triển năng lực HS, việc HS tự khám phá ra kiến thức mới cho bản thân là quan trọng. GV không phải là người truyền đạt trực tiếp tri thức mà là người tạo dựng môi trường học tập và thiết kế môi trường học tập khám phá để đặt HS vào vị trí của người khám phá lại tri thức. Với sự phát triển mạnh mẽ của CNTT&TT, việc tạo dựng môi trường học tập và thiết kế môi trường học tập khám phá với sự hỗ trợ của các phần mềm dạy học ngày càng phát huy tính hiệu quả của nó. CNTT&TT có những lợi thế trong việc tạo môi trường học tập khám phá mà các môi trường học tập khám phá thông thường không có chẳng hạn như tạo tính năng động, tạo vết, phản hồi nhanh chóng tới quá trình học tập của HS. Bài báo này đã đưa ra quan niệm về hoạt động học tập khám phá, các mức độ học tập khám phá và môi trường học tập khám phá. Trên cơ sở đó, bài báo khai thác các ưu điểm của GeoGebra để xây dựng các môi trường học tập khám phá phù hợp với ba mức độ học tập khám phá của HS trong dạy học chủ đề hàm số và đồ thị ở lớp 10. Những đề xuất sử dụng phần mềm GeoGebra để tạo dựng môi trường học tập khám phá trong bài báo này không phải lúc nào cũng thực hiện được khi triển khai trên diện rộng vì liên quan tới cơ sở vật chất và điều kiện dạy học hiện nay. Tuy nhiên, với định hướng tăng cường ứng dụng CNTT&TT trong dạy học và phát triển năng lực số cho HS thì những kết quả của bài báo có thể được khai thác, triển khai trên diện rộng trong thời gian tới. Những kết quả này cũng có thể được áp dụng khi dạy học các chủ đề khác của môn Toán.

Ghi chú về tác giả: *TS. Vũ Đình Phượng, TS. Lê Tuấn Anh là các giảng viên và Th.S. Đặng Minh Tuấn đang thực hiện nhiệm vụ giảng viên tại Khoa Toán - Tin, Trường Toán học và Công nghệ thông tin, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Việt Nam. Tác giả Nhotlusay Sengvongdeaune là giảng viên tại Khoa Giáo dục, Đại học Quốc gia Lào, Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào. Tác giả 1 và 3: Xây dựng ý tưởng, viết bản thảo, chỉnh sửa và hoàn thiện bản thảo. Tác giả 2: Tổng hợp tài liệu, viết bản thảo. Tác giả 4: Đề xuất ý tưởng, viết bản thảo, góp ý và chỉnh sửa bản thảo.*

Tuyên bố về xung đột lợi ích: *Các tác giả tuyên bố không có xung đột lợi ích.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review, 31*, 21–32.

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990*. Kluwer Academic Publishers.

Castronova, J. A. (2002). Discovery learning for the 21st century: What is it and how does it compare to traditional learning in effectiveness in the 21st century? *Action Research Exchange, 1*(1), 1–12.

Diković, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems, 6*(2), 191–203.

Hammer, D. (1997). Discovery learning and discovery teaching. *Cognition and Instruction, 15*(4), 485–529.

Hegedus, S., & Moreno-Armella, L. (2020). Information and communication technology (ICT) affordances in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 380–384). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_78

Jonassen, D. H. (2002). Learning as activity. *Educational Technology, 42*(2), 45–51.

Lê, T. T. (2020). Vận dụng dạy học khám phá trong dạy học khoa học ở trường tiểu học. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam, 25*.

Nguyen, L. H. T., & Hoa, A. T. (2024). Using GeoGebra in teaching cones to develop the competency using mathematical aids and tools for grade 9 students. *HNUE Journal of Science: Educational Science, 69*(5B), 60–71.

Marion, Z., Abdullah, A. H., & Rahman, S. N. S. A. (2023). The Effectiveness of the GeoGebra-Assisted Inquiry-Discovery Learning Strategy on Students' Mastery and Interest in Algebraic Expressions. *International Journal of Information and Education Technology*, *13*(11), 1681–1695.

Nguyễn, B. K. (2017). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

Ouzzine, A., Erguig, R., & Boudlal, A. (2022). Discovery-based teaching methodology: A framework for quality teaching and learning. *Journal of Applied Language and Culture Studies, 5*, 9–27.

Prasad, K. S. (2011). Learning mathematics by discovery. *Academic Voices: A Multidisciplinary Journal, 1*(1), 31–33.

Phạm, M. H., Phạm, H. G., Trần, T. T., & Nguyễn, Q. U. (1995). *Tâm lí học*. NXB Giáo dục, Hà Nội.

Phan, A. T., & Nguyễn, N. G. (2016). Quy trình học sinh học một bài trên sách giáo khoa điện tử tương tác theo quan điểm dạy học khám phá. *Tạp chí khoa học Giáo dục, (133)*, 52–55.

Phan, T. H. (2013). Sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học khám phá định lí. *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ, 27*, 61–66.

Trần, D. V. (2014). Vận dụng phương pháp dạy học khám phá có hướng dẫn vào dạy học chủ đề chương trình con (Tin học 11). *Tạp chí Giáo dục, 340*, 45–48.

Trần, T & Nguyễn, N.G (2020). Teaching geometry according to the discovery method with GeoGebra software: a case study in Vietnam. In *3rd International Conference on Research of Educational Administration and Management (ICREAM 2019)* (pp. 181-188). Atlantis Press.

Van Joolingen, W. (1999). Cognitive tools for discovery learning. *International Journal of Artificial Intelligence in Education, 10*, 385–397.

Zhang, Y., Wang, P., Jia, W., Zhang, A., & Chen, G. (2025). Dynamic visualization by GeoGebra for mathematics learning: a meta-analysis of 20 years of research. *Journal of Research on Technology in Education*, *57*(2), 437–458.