

XÂY DỰNG THANG ĐO ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CỦA HỌC SINH LỚP 4 TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “PHÂN SỐ”

Nguyễn Thuý Chung và Lưu Trà My*

Khoa Giáo dục Tiểu học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Hà Nội, Việt Nam

*Tác giả liên hệ: Lưu Trà My, e-mail: tramy@hnue.edu.vn

Ngày nhận bài: 14/10/2025. Ngày sửa bài: 21/1/2026. Ngày nhận đăng: 20/4/2026.

Tóm tắt. Trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018, năng lực mô hình hóa toán học được xem là một thành phần quan trọng cần hình thành và phát triển cho học sinh. Bài báo này trình bày quá trình xây dựng thang đo nhằm đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh lớp 4 trong dạy học chủ đề “Phân số”. Trên cơ sở kế thừa các nền tảng lý luận và khung năng lực quốc tế, nghiên cứu phân tích khái niệm và cấu trúc năng lực mô hình hóa toán học ở bậc tiểu học, đồng thời xác định các chỉ báo quan sát phù hợp với đặc điểm nhận thức của học sinh lớp 4 và nội dung phân số. Quy trình xây dựng thang đo được mô tả chi tiết, bao gồm việc xác định các năng lực thành phần, thiết kế chỉ báo cho từng thành phần và cụ thể hóa các mức độ thể hiện. Kết quả là một thang đo đánh giá với các tiêu chí rõ ràng cho từng giai đoạn của quá trình mô hình hóa, hỗ trợ giáo viên tiểu học trong việc định hướng đánh giá năng lực này. Thang đo đề xuất cũng được so sánh với một số khung tham chiếu quốc tế nhằm làm nổi bật tính mới và sự phù hợp trong bối cảnh dạy học phân số ở lớp 4 tại Việt Nam.

Từ khóa: năng lực mô hình hóa toán học, thang đánh giá, học sinh tiểu học, phân số, lớp 4.

DEVELOPING AN ASSESSMENT SCALE FOR FOURTH-GRADE STUDENTS’ MATHEMATICAL MODELING COMPETENCE IN TEACHING THE TOPIC OF “FRACTIONS”

Nguyen Thuy Chung and Luu Tra My*

Faculty of Primary Education, Hanoi National University of Education, Hanoi, Vietnam

*Corresponding author: Luu Tra My, e-mail: tramy@hnue.edu.vn

Received October 14, 2025. Revised January 21, 2026. Accepted April 20, 2026.

Abstract. Within the 2018 General Education Mathematics Curriculum, mathematical modeling competence is regarded as a crucial component to be cultivated and developed among students. This paper presents the process of constructing an assessment scale designed to evaluate fourth-grade students’ mathematical modeling competence in the context of teaching fractions. Building upon theoretical foundations and international competence frameworks, the study analyzes the concept and structure of mathematical modeling competence at the primary level, while identifying observable indicators appropriate to the cognitive characteristics of fourth graders and the content of fractions. The procedure of scale development is described in detail, including the specification of sub-competencies, the design of indicators for each sub-competency, and the operationalization of performance levels. The outcome is an assessment scale with clearly defined criteria for each stage of the modeling process, thereby supporting primary school teachers in directing the evaluation of this competence. The proposed scale is also compared with several international reference frameworks to highlight its novelty and contextual appropriateness for teaching fractions in grade 4 in Vietnam.

Keywords: mathematical modeling competence, assessment scale, primary students, fractions, grade 4.

1. Mở đầu

Trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 (CTGDPT 2018), năng lực mô hình hóa toán học (NL MHH) được xác định là một trong năm thành phần cốt lõi của năng lực toán học. Việc hình thành và phát triển NL MHH ở bậc tiểu học không chỉ góp phần giúp học sinh vận dụng kiến thức toán học để giải quyết các tình huống thực tiễn, mà còn đóng vai trò quan trọng trong việc rèn luyện tư duy logic, phát triển khả năng sáng tạo, cũng như củng cố năng lực kết nối và tích hợp tri thức. Thông qua quá trình mô hình hóa, học sinh được rèn luyện cách tiếp cận một vấn đề đời sống theo chu trình: nhận diện tình huống, xây dựng mô hình toán học, sử dụng công cụ toán học để giải quyết và cuối cùng diễn giải kết quả trong ngữ cảnh ban đầu. Tiến trình này thể hiện một bước chuyển từ cách tiếp cận dạy học thuần túy thiên về tính toán sang định hướng phát triển năng lực toàn diện. Trong bối cảnh giáo dục toán học quốc tế, NL MHH được khẳng định là một trụ cột quan trọng. OECD (2019), trong khung đánh giá PISA, nhấn mạnh rằng năng lực toán học cốt yếu thể hiện ở khả năng lập công thức, vận dụng và diễn giải toán học trong các bối cảnh khác nhau, trong đó hoạt động mô hình hóa chiếm vị trí trung tâm. NCTM (2000) cũng coi mô hình hóa là một trong những thực hành toán học cơ bản, cần được chú trọng ngay từ bậc tiểu học. Báo cáo GAIMME (2019) do COMAP và SIAM công bố đã hệ thống hóa các bước của quá trình mô hình hóa, đồng thời đề xuất khung hướng dẫn giảng dạy và đánh giá cụ thể cho nhiều cấp học. Cùng với đó, các công trình của Blum & Kaiser (1997), Lesh & Doerr (2003), Ludwig & Xu (2010) đã phát triển cơ sở lý luận và công cụ đánh giá NL MHH, nhấn mạnh tính phức hợp và tiến trình của năng lực này. Các nghiên cứu quốc tế trên đã khẳng định không chỉ vai trò trung tâm của NL MHH mà còn đặt ra yêu cầu cần thiết phải xây dựng những thang đo, công cụ đánh giá phù hợp với từng cấp học và bối cảnh giáo dục cụ thể. Tại Việt Nam, nghiên cứu về NL MHH mới được quan tâm nhiều hơn trong những năm gần đây. Lê Thị Hoài Châu & Nguyễn Thị Nhân (2019) đã đề cập đến việc đánh giá NL MHH của học sinh trung học, nhấn mạnh tính cần thiết của việc thiết kế công cụ đánh giá gắn với các bài toán thực tiễn. Theo tác giả Phạm Thị Thanh Tú (2019), đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tiểu học thông qua dạy học phân số, qua đó nhấn mạnh tính cần thiết của việc thiết kế hoạt động gắn với tình huống thực tiễn để hình thành và phát triển NL MHH ngay từ bậc tiểu học. Tuy nhiên, các nghiên cứu trên chủ yếu dừng lại ở khía cạnh phương pháp dạy học hoặc thiết kế tình huống, chưa tập trung vào việc xây dựng một thang đo đánh giá cụ thể, có tính hệ thống và khả thi trong việc sử dụng trực tiếp ở bậc tiểu học. Đặc biệt, trong chủ đề phân số của lớp 4 – một nội dung trọng tâm và có nhiều ứng dụng thực tiễn – vẫn thiếu vắng công trình nghiên cứu xây dựng công cụ đánh giá NL MHH.

Xuất phát từ thực tiễn đó, bài báo này hướng đến việc hệ thống hóa cơ sở lý luận về NL MHH và các tiếp cận đánh giá, từ đó xây dựng một thang đo NL MHH phù hợp với đặc điểm nhận thức của học sinh lớp 4 trong dạy học chủ đề phân số. Thang đo đề xuất không chỉ có ý nghĩa về mặt lý luận, góp phần bổ sung công cụ đánh giá trong giáo dục toán học tiểu học, mà còn mang tính thực tiễn, giúp giáo viên tiểu học có thêm phương tiện hữu ích để quan sát, phản hồi và điều chỉnh quá trình dạy học theo định hướng phát triển năng lực được quy định trong CTGDPT 2018.

2. Năng lực mô hình hóa toán học và đánh giá năng lực mô hình hóa toán học

2.1. Năng lực mô hình hóa toán học

Trong lĩnh vực giáo dục toán học, năng lực mô hình hóa toán học (Mathematical Modeling Competence – MMC) được xem là một thành tố trung tâm phản ánh khả năng vận dụng toán học trong mối liên hệ với thực tiễn. Theo Blum và Ferri (2009), NL MHH được hiểu như một năng lực tổng hợp, bao gồm quá trình chuyển dịch qua lại giữa thế giới thực và thế giới toán học. Người học không chỉ thực hiện các thao tác tính toán thuần túy, mà còn phải nhận diện và cấu trúc hóa tình huống, xây dựng mô hình, giải quyết bài toán trong phạm vi toán học, sau đó diễn giải và đánh giá tính phù hợp của lời giải đối với ngữ cảnh ban đầu. Quá trình này được xem như một

“chu trình” (modeling cycle), trong đó học sinh liên tục điều chỉnh, hoàn thiện mô hình để đạt được sự phù hợp tối ưu giữa mô tả toán học và hiện tượng thực tế. OECD (2019) coi mô hình hóa là trung tâm của năng lực toán học, trong đó khả năng lập công thức, vận dụng và diễn giải toán học trong những bối cảnh đời sống đa dạng được xem là thước đo chủ yếu để đánh giá năng lực toán học của học sinh. NCTM (2000) cũng khẳng định mô hình hóa là một trong những thực hành toán học cơ bản, đóng vai trò cầu nối giữa tri thức toán học và thực tiễn xã hội. Theo Kaiser & Sriraman (2006), mô hình hóa vừa là một phương tiện sư phạm để nâng cao hiệu quả dạy học toán, vừa là mục tiêu giáo dục nhằm hình thành những năng lực cần thiết cho công dân toàn cầu. Các công trình này đều cho thấy NL MHH không chỉ đơn thuần là một năng lực toán học độc lập, mà còn là cơ chế thúc đẩy tư duy giải quyết vấn đề, phát triển kỹ năng phân tích và khuyến khích sự sáng tạo. Đối với bậc tiểu học, nhiều nghiên cứu đã chứng minh rằng học sinh nhỏ tuổi hoàn toàn có khả năng tham gia vào hoạt động mô hình hóa nếu tình huống được thiết kế phù hợp. Maab (2006) chỉ ra rằng ngay cả học sinh tiểu học cũng có thể nhận diện và mô hình hóa các tình huống gần gũi như chia sẻ, đo lường, hay dự đoán số lượng. Lesh & Doerr (2003) nhấn mạnh rằng các hoạt động “gợi mở mô hình” (Model-Eliciting Activities – MEAs) có thể tạo cơ hội cho học sinh rèn luyện năng lực mô hình hóa thông qua việc giải quyết các vấn đề thực tiễn có ý nghĩa với lứa tuổi. Các trải nghiệm này không chỉ giúp học sinh phát triển kỹ năng toán học cơ bản, mà còn nuôi dưỡng phẩm chất sáng tạo, tính linh hoạt và sự tự tin khi đối diện với vấn đề mới. Một số đặc trưng nổi bật của NL MHH có thể được khái quát như sau. Thứ nhất, đây là một năng lực mang tính chu trình, được lặp đi lặp lại qua các bước từ hiểu vấn đề, xây dựng mô hình, giải quyết, đến diễn giải và kiểm chứng. Thứ hai, NL MHH có tính tích hợp, bởi quá trình mô hình hóa đòi hỏi sự kết hợp của nhiều yếu tố: tri thức toán học, năng lực ngôn ngữ, tư duy trực quan, và sự hỗ trợ của công nghệ. Thứ ba, năng lực này gắn liền với sự sáng tạo và linh hoạt, vì một tình huống thực tiễn có thể được biểu diễn dưới nhiều mô hình toán học khác nhau. Cuối cùng, NL MHH bao hàm tính phân tích, khi người học cần kiểm tra, đánh giá và điều chỉnh mô hình để đảm bảo tính hợp lý và hiệu quả.

Tóm lại, NL MHH vừa là mục tiêu, vừa là phương tiện của giáo dục toán học hiện đại. Đối với bậc tiểu học, việc phát triển NL MHH có vai trò quan trọng trong việc gắn kết toán học với đời sống, tạo động lực học tập, đồng thời đặt nền móng cho sự hình thành năng lực giải quyết vấn đề ở các cấp học cao hơn. Đây chính là một định hướng phù hợp với xu thế giáo dục quốc tế cũng như mục tiêu phát triển năng lực được xác định trong CTGDPT 2018.

2.2. Cấu trúc của năng lực mô hình hoá toán học

Theo Blum & Kaiser (1997), NL MHH được cấu trúc thành bốn thành phần cơ bản, phản ánh tiến trình nhận thức và hành động của người học khi giải quyết các tình huống thực tiễn bằng công cụ toán học. Cấu trúc này cho thấy hoạt động mô hình hóa không phải là một quá trình tuyến tính đơn giản, mà mang tính chu trình, trong đó người học liên tục di chuyển qua lại giữa thế giới thực và thế giới toán học.

Thành phần thứ nhất là khả năng *hiểu vấn đề thực tế và xây dựng mô hình mô tả*. Ở bước này, học sinh cần nhận diện bối cảnh, phân tích các yếu tố liên quan và lựa chọn những dữ kiện cốt lõi để mô tả hiện tượng một cách ngắn gọn. Đây là bước khởi đầu có ý nghĩa quyết định, bởi nếu nhận diện sai tình huống hoặc xác định thiếu chính xác mục tiêu cần giải quyết thì toàn bộ tiến trình mô hình hóa sau đó khó đạt được kết quả phù hợp. Trong bối cảnh tiểu học, những tình huống quen thuộc như chia sẻ đồ vật, đo lường hay so sánh kích thước thường được lựa chọn để giúp học sinh rèn luyện năng lực này.

Thành phần thứ hai là khả năng *thiết lập mô hình toán học*. Đây là quá trình học sinh chuyển đổi từ ngôn ngữ đời sống sang ngôn ngữ ký hiệu và biểu diễn toán học. Những dữ kiện đã phân tích được biểu hiện thông qua sơ đồ, phân số, biểu thức hoặc phương trình. Theo OECD (2019), đây chính là giai đoạn “toán học hóa” (mathematisation), cho phép tình huống đời sống trở thành

một mô hình toán học có thể xử lí. Ở bậc tiểu học, các mô hình này thường xuất hiện dưới dạng sơ đồ trực quan, giúp học sinh dễ dàng hình dung mối quan hệ giữa các yếu tố.

Thành phần thứ ba là khả năng *giải quyết vấn đề toán học trong phạm vi mô hình đã thiết lập*. Đây là bước học sinh huy động kiến thức và kĩ năng toán học để xử lí mô hình, thực hiện phép tính và tìm ra kết quả. Thành phần này gắn liền với năng lực toán học cơ bản, nhưng trong khuôn khổ mô hình hóa, nó mang ý nghĩa đặc biệt vì cho phép chuyển từ biểu diễn kí hiệu sang lời giải toán học cụ thể. Với học sinh lớp 4, điều này có thể là việc cộng, trừ hoặc so sánh các phân số, đồng thời giải thích cách làm của mình một cách logic và rõ ràng.

Thành phần cuối cùng là khả năng *phiên dịch và đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tiễn*. Học sinh cần liên hệ kết quả toán học với tình huống ban đầu, diễn giải bằng ngôn ngữ đời sống, và quan trọng hơn là kiểm tra tính hợp lí, tính khả thi của lời giải. Kaiser & Sriraman (2006) nhấn mạnh rằng chính ở bước này, năng lực phản tư (reflection) của người học được phát huy, bởi học sinh phải biết đặt câu hỏi: “Lời giải có hợp lí không? Mô hình có cần điều chỉnh không?”. Đây cũng là thành phần giúp học sinh phát triển năng lực tư duy phản biện và khả năng tự điều chỉnh mô hình khi cần thiết.

Tóm lại, cấu trúc bốn thành phần của NL MHH không chỉ phản ánh tính logic và chu trình của hoạt động mô hình hóa mà còn nhấn mạnh tính tích hợp, sáng tạo và phản tư trong học tập toán học. Đối với bậc tiểu học, khung cấu trúc này mang lại ý nghĩa thiết thực, vì nó chỉ ra những biểu hiện cụ thể mà giáo viên có thể quan sát và đánh giá. Việc vận dụng cấu trúc này để xây dựng thang đo đánh giá trong dạy học phân số lớp 4 sẽ tạo cơ sở khoa học và thực tiễn nhằm hiện thực hóa mục tiêu phát triển năng lực theo định hướng của CTGDPT 2018.

2.3. Thang đánh giá năng lực mô hình hoá toán học của Ludwig và Xu (2010)

Trong số các công trình nghiên cứu về đánh giá NL MHH, thang đo do Ludwig & Xu (2010) xây dựng được xem là một trong những đóng góp có ảnh hưởng lớn, bởi nó vừa phản ánh logic tiến trình mô hình hóa vừa mô tả các mức độ phát triển của năng lực này theo trục tăng dần. Xuất phát từ quan điểm coi mô hình hóa là một năng lực phức hợp, hai tác giả đề xuất một khung đánh giá có tính hệ thống, trong đó các tiêu chí không chỉ bao trùm toàn bộ chu trình mô hình hóa mà còn được sắp xếp theo các mức độ năng lực từ thấp đến cao, giúp làm rõ sự khác biệt về biểu hiện của người học ở từng giai đoạn phát triển.

Cụ thể, ở mức độ thấp nhất, học sinh mới dừng lại ở khả năng nhận diện và mô tả tình huống thực tiễn. Các em có thể kể lại các dữ kiện, nêu ra một số yếu tố nổi bật trong bối cảnh đời sống, nhưng chưa đủ khả năng xác lập mối quan hệ giữa chúng để hình thành mô hình toán học hoàn chỉnh. Sang mức độ trung gian, người học bắt đầu có thể trừu xuất các yếu tố toán học từ tình huống, lựa chọn công cụ và ngôn ngữ biểu diễn thích hợp (chẳng hạn biểu đồ, phương trình hoặc phân số) và vận dụng kiến thức đã học để giải quyết mô hình trong thế giới toán học. Ở mức độ cao hơn, năng lực mô hình hóa không còn giới hạn trong việc giải quyết phép tính mà được thể hiện qua khả năng diễn giải kết quả, so sánh và đánh giá tính hợp lí của lời giải trong mối liên hệ với ngữ cảnh ban đầu. Cuối cùng, ở mức độ cao nhất, học sinh thể hiện năng lực phản tư và sáng tạo: kiểm tra lại mô hình, điều chỉnh hoặc mở rộng sang các tình huống tương tự, thậm chí đề xuất mô hình thay thế để giải quyết vấn đề một cách linh hoạt hơn. Điểm mạnh của thang đo Ludwig & Xu là tính phân tầng rõ ràng, cho phép giáo viên và nhà nghiên cứu quan sát được sự phát triển dần dần của năng lực mô hình hóa. Tuy nhiên, để áp dụng trong bối cảnh tiểu học, đặc biệt ở lớp 4 với chủ đề phân số, cần có sự điều chỉnh nhằm phù hợp với đặc điểm nhận thức của học sinh. Chẳng hạn, thay vì yêu cầu học sinh xây dựng mô hình phức tạp, giáo viên có thể tập trung vào các biểu hiện đơn giản như sử dụng sơ đồ chia phần, hình vẽ trực quan hay biểu thức phân số để mô tả tình huống. Việc đánh giá ở mức độ cao cũng cần linh hoạt hơn, tập trung vào khả năng giải thích kết quả, kiểm tra tính hợp lí và liên hệ với trải nghiệm thực tế gần gũi với học sinh.

Điểm mạnh của thang đo Ludwig & Xu nằm ở sự phân tầng rõ ràng và logic phát triển theo chu trình mô hình hóa, cho phép giáo viên và nhà nghiên cứu quan sát được sự tiến bộ của học

sinh không chỉ ở kết quả cuối cùng mà còn trong cả quá trình hình thành và hoàn thiện năng lực. Chính nhờ đó, thang đo này đã được vận dụng trong nhiều nghiên cứu quốc tế nhằm đánh giá năng lực mô hình hóa ở các cấp học khác nhau. Tuy nhiên, khi đưa vào bối cảnh tiểu học, đặc biệt trong chủ đề “Phân số” lớp 4, cần có sự điều chỉnh để phù hợp với đặc điểm tâm lí và nhận thức của học sinh. Ở lứa tuổi này, các biểu hiện năng lực nên được gắn với những tình huống gần gũi, dễ hình dung như chia bánh, đo độ dài hay so sánh phần - toàn thể. Việc xây dựng mô hình toán học cũng nên tập trung vào các biểu diễn trực quan như sơ đồ, hình vẽ, hoặc các phân số đơn giản thay vì yêu cầu học sinh thiết lập mô hình phức tạp. Bên cạnh đó, tiêu chí đánh giá ở mức cao nhất không nên nhấn mạnh đến tính sáng tạo trong xây dựng mô hình thay thế (vốn còn vượt quá khả năng của nhiều học sinh tiểu học), mà nên tập trung vào khả năng giải thích, kiểm tra và liên hệ kết quả với thực tiễn quen thuộc.

Như vậy, thang đo của Ludwig & Xu vừa mang giá trị học thuật quốc tế, vừa có ý nghĩa định hướng trong việc thiết kế công cụ đánh giá năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tiểu học. Việc kế thừa có chọn lọc và điều chỉnh thang đo này theo đặc thù lứa tuổi và nội dung học tập (như chủ đề phân số ở lớp 4) sẽ góp phần cung cấp một cơ sở khoa học và thực tiễn quan trọng, giúp giáo viên tiểu học đánh giá đúng mức năng lực mô hình hóa của học sinh, từ đó định hướng hoạt động dạy học theo mục tiêu phát triển năng lực mà CTGDPT 2018 đã đặt ra.

2.4. Đặc trưng học sinh lớp 4 và nội dung phân số lớp 4 trong mối liên hệ với NL MHH

Học sinh lớp 4 nằm ở giai đoạn chuyển tiếp quan trọng của giáo dục tiểu học, thường được xem là giai đoạn 2 của tiểu học (lớp 4 và lớp 5). So với giai đoạn 1 (lớp 1, 2, 3), học sinh lớp 4 có những thay đổi rõ rệt về đặc điểm nhận thức và cách học toán. Các em không còn chỉ dựa hoàn toàn vào thao tác trực quan cụ thể, mà bắt đầu hình thành khả năng tư duy biểu tượng và bán hình thức, cho phép sử dụng các kí hiệu toán học có ý nghĩa gắn với các tình huống thực tiễn quen thuộc. Tuy nhiên, khả năng tư duy trừu tượng hình thức vẫn còn hạn chế, do đó, việc học toán ở lớp 4 cần được tổ chức trên cơ sở kết hợp chặt chẽ giữa trực quan, thao tác và biểu diễn kí hiệu.

Trong học tập toán học, học sinh lớp 4 vẫn cần sự hỗ trợ của các mô hình trực quan như hình vẽ, sơ đồ, đoạn thẳng, vật thật hoặc các tình huống gần gũi trong đời sống. Điểm khác biệt so với học sinh lớp dưới là các em đã có khả năng chuyển dịch từ mô hình trực quan sang biểu diễn bằng kí hiệu toán học, đồng thời bước đầu hiểu được mối quan hệ giữa các đại lượng thông qua các kí hiệu này. Quá trình học toán ở lớp 4 vì vậy mang tính trung gian: vừa dựa trên trực quan – thao tác, vừa hướng tới biểu tượng và lập luận toán học ở mức độ đơn giản. Đặc điểm này có ý nghĩa đặc biệt quan trọng đối với việc hình thành và đánh giá NL MHH, bởi mô hình hóa đòi hỏi học sinh phải thực hiện sự chuyển đổi qua lại giữa tình huống thực tiễn, mô hình trực quan và biểu diễn toán học.

Trong CTGDPT 2018, phân số được giới thiệu một cách có hệ thống lần đầu tiên ở lớp 4 và giữ vai trò là nội dung trọng tâm của mạch Số và Phép tính. Ở cấp độ này, phân số không được tiếp cận như một khái niệm hình thức với định nghĩa trừu tượng, mà xuất hiện chủ yếu như kết quả của các hoạt động chia đều, đo lường và so sánh phần - toàn thể. Học sinh được làm quen với phân số thông qua các tình huống quen thuộc như chia bánh, chia đoạn thẳng, chia đồ vật thành các phần bằng nhau, từ đó hình thành biểu tượng ban đầu về phân số như “một phần của cái toàn thể”.

Đặc trưng nổi bật của nội dung phân số lớp 4 là sự gắn kết chặt chẽ giữa mô hình trực quan (hình vẽ, sơ đồ phần - toàn thể, đoạn thẳng) và biểu diễn kí hiệu (phân số, phép tính với phân số cùng mẫu). Việc học phân số ở lớp 4 tập trung vào ý nghĩa của phân số, mối quan hệ giữa tử số và mẫu số, cũng như các phép toán cơ bản trong những tình huống cụ thể, thay vì nhấn mạnh đến định nghĩa hình thức hay các tính chất đại số như ở lớp 6. Chính vì vậy, “Phân số” lớp 4 được xem là một nội dung đặc biệt thuận lợi cho việc tổ chức các hoạt động mô hình hóa toán học, trong đó học sinh có thể chuyển đổi linh hoạt giữa tình huống thực tiễn, mô hình trực quan và biểu diễn toán học đơn giản.

Xét trong mối liên hệ với năng lực mô hình hóa toán học, các đặc trưng nêu trên cho thấy rằng NL MHH của học sinh lớp 4 cần được hiểu và đánh giá ở mức độ phù hợp với giai đoạn phát triển nhận thức này. Cụ thể, các biểu hiện của năng lực mô hình hóa toán học ở lớp 4 chủ yếu thể hiện qua: (i) khả năng nhận diện các tình huống thực tiễn mang tính chia đều, phần - toàn thể; (ii) khả năng biểu diễn tình huống bằng mô hình trực quan và kí hiệu phân số; (iii) khả năng thực hiện các phép toán với phân số trong phạm vi đã học để giải quyết vấn đề đặt ra; và (iv) khả năng diễn giải kết quả bằng ngôn ngữ đời sống và kiểm tra tính hợp lí của kết quả trong bối cảnh ban đầu. Những biểu hiện này vừa phản ánh đặc trưng của nội dung phân số lớp 4, vừa phù hợp với yêu cầu phát triển NL MHH của học sinh tiểu học theo CTGDPT 2018.

Như vậy, việc làm rõ đặc trưng của học sinh lớp 4 và nội dung phân số lớp 4 trong mối liên hệ với NL MHH không chỉ có ý nghĩa về mặt lí luận, mà còn là cơ sở khoa học và thực tiễn quan trọng để đề xuất các biểu hiện và mức độ đánh giá năng lực mô hình hóa toán học phù hợp với đối tượng học sinh và nội dung dạy học trong nghiên cứu này.

Từ những phân tích về đặc trưng nhận thức của học sinh lớp 4 và nội dung phân số lớp 4 trong mối liên hệ với NL MHH, có thể thấy rằng việc đánh giá năng lực này cần gắn với các bối cảnh học tập cụ thể như tình huống chia đều và mô hình phần - toàn thể. Do đó, các biểu hiện của NL MHH ở lớp 4 cần được cụ thể hóa thông qua những hành vi quan sát được, thể hiện qua sản phẩm học tập của học sinh.

Trên cơ sở cấu trúc NL MHH ở bậc tiểu học và các đặc trưng đã phân tích, nghiên cứu này tiến hành xây dựng thang đo đánh giá NL MHH phù hợp với học sinh lớp 4 trong dạy học chủ đề “Phân số”.

3. Xây dựng thang đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh lớp 4

Việc xây dựng thang đo trong nghiên cứu này được thực hiện theo hướng nghiên cứu thiết kế công cụ đánh giá (instrument development), dựa trên phân tích lí luận và phân tích nhiệm vụ học tập. Thang đo được xây dựng từ cấu trúc NL MHH ở bậc tiểu học, đặc trưng nhận thức của học sinh lớp 4 và đặc trưng nội dung phân số lớp 4, nhằm cụ thể hóa năng lực này thành các chỉ báo hành vi có thể quan sát trong dạy học. Trên cơ sở đó, các mức độ biểu hiện năng lực được xác định và trình bày thông qua các bảng thang đo và rubric ở các mục tiếp theo.

3.1. Yêu cầu cần đạt về năng lực mô hình hóa toán học được quy định trong CTGDPT 2018

Trong CTGDPT 2018, NL MHH của học sinh tiểu học, đặc biệt ở lớp 4 với chủ đề “Phân số”, được cụ thể hóa thông qua bốn thành phần chính. Thứ nhất là hiểu tình huống thực tế và xác định mục tiêu, trong đó học sinh cần nhận diện thông tin liên quan, phân biệt yếu tố cốt lõi của bài toán, xác định đại lượng cần tìm và có khả năng phát biểu lại vấn đề một cách rõ ràng. Thứ hai là xây dựng mô hình toán học, thể hiện ở khả năng biểu diễn tình huống bằng sơ đồ hoặc hình vẽ, xác định phân số cũng như mối quan hệ giữa các phần và toàn thể, đồng thời thiết lập phép tính phù hợp như cộng, trừ hay so sánh phân số. Thứ ba là giải quyết vấn đề toán học, trong đó học sinh cần thực hiện đúng các phép toán với phân số và trình bày lời giải theo lập luận logic, rõ ràng. Cuối cùng là phiên dịch và đánh giá kết quả, tức là biết diễn đạt kết quả bằng ngôn ngữ thực tiễn, kiểm tra tính hợp lí của lời giải và có thể đưa ra cách lí giải kết quả trong bối cảnh đời sống.

Để làm rõ mức độ phát triển của NL MHH, thang đo có thể được thiết kế theo ba mức tiến bộ từ thấp đến cao. Ở thành phần hiểu tình huống, học sinh ở mức 1 chỉ dừng lại ở việc nêu lại các dữ kiện rời rạc; ở mức 2, các dữ kiện chính được xác định nhưng chưa thật đầy đủ; trong khi ở mức 3, học sinh có thể xác định đầy đủ các yếu tố liên quan và phát biểu rõ ràng mục tiêu của bài toán. Ở thành phần xây dựng mô hình, mức 1 thể hiện ở việc học sinh không biểu diễn được tình huống hoặc biểu diễn sai; mức 2 có khả năng sử dụng sơ đồ, hình vẽ hay phép tính nhưng còn thiếu hoặc chưa chính xác; và mức 3 là khi học sinh có thể biểu diễn chính xác, đầy đủ và thể hiện rõ mối quan hệ giữa các đại lượng. Với thành phần giải quyết bài toán, học sinh ở mức 1 không thực hiện được phép tính hoặc thực hiện sai hoàn toàn; mức 2 thực hiện được phép tính cơ bản nhưng còn sai sót hoặc thiếu bước; trong khi mức 3 biểu hiện ở khả năng giải quyết chính

xác, rút gọn hợp lí và trình bày rõ ràng. Cuối cùng, ở thành phần phiên dịch và đánh giá kết quả, mức 1 là khi học sinh không đưa ra câu trả lời hoặc câu trả lời sai; mức 2 trả lời đúng nhưng còn thiếu diễn đạt hoặc chưa kiểm chứng; và mức 3 là khi học sinh có thể trả lời chính xác, diễn đạt đầy đủ bằng ngôn ngữ thực tiễn, đồng thời kiểm chứng và lí giải hợp lí kết quả trong bối cảnh ban đầu.

Dựa trên CTGDPT 2018, yêu cầu cần đạt về NL MHH của học sinh lớp 4 trong chủ đề phân số không chỉ dừng ở việc nắm kiến thức về phân số mà còn được cụ thể hóa thành một hệ thống các thành phần và mức độ biểu hiện. Điều này vừa giúp giáo viên có căn cứ để thiết kế hoạt động dạy học phù hợp, vừa là nền tảng để xây dựng công cụ đánh giá có giá trị khoa học và tính khả thi trong thực tiễn.

Trên cơ sở CTGDPT 2018 và các khung lí thuyết quốc tế, NL MHH của học sinh lớp 4 trong chủ đề phân số có thể được cụ thể hóa thành bốn thành phần với các biểu hiện ở nhiều mức độ khác nhau. Bảng 1 dưới đây minh họa thang đo năng lực này.

Bảng 1. Thang đo đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh lớp 4

| Thành phần năng lực | Biểu hiện | Mức 1 – Chưa đạt | Mức 2 – Đạt yêu cầu | Mức 3 – Thành thạo |
|---|--|---|--|--|
| <i>Hiểu tình huống thực tế và xác định mục tiêu</i> | Nhận diện thông tin, phân biệt yếu tố cốt lõi, xác định đại lượng và mối quan hệ cần tìm | Chỉ nêu lại một số dữ kiện rời rạc; chưa xác định được các đại lượng và mối quan hệ giữa chúng, mục tiêu bài toán không rõ | Xác định được các đại lượng chính và nhận biết được một phần mối quan hệ giữa các đại lượng, nêu được yêu cầu cơ bản của bài toán | Xác định đầy đủ các đại lượng và mối quan hệ giữa chúng, phát biểu mục tiêu bài toán rõ ràng, logic |
| <i>Xây dựng mô hình toán học</i> | Biểu diễn tình huống bằng sơ đồ, hình vẽ, phân số và phép tính thể hiện mối quan hệ giữa các đại lượng | Không hoặc hầu như không biểu diễn được tình huống bằng sơ đồ, phân số hay phép tính; chưa thể hiện được mối quan hệ giữa các đại lượng | Biểu diễn được tình huống bằng sơ đồ, phân số hoặc phép tính; mối quan hệ giữa các đại lượng được thể hiện nhưng còn thiếu hoặc chưa chính xác | Biểu diễn đầy đủ, chính xác bằng sơ đồ, phân số và phép tính; thể hiện rõ ràng, đúng đắn mối quan hệ giữa các đại lượng |
| <i>Giải quyết vấn đề toán học</i> | Thực hiện phép tính với phân số và trình bày lời giải | Thực hiện phép tính không đúng hoặc không hoàn thành; chưa phản ánh đúng mối quan hệ giữa các đại lượng trong mô hình | Thực hiện được các phép tính cơ bản; kết quả phản ánh được mối quan hệ giữa các đại lượng nhưng còn sai sót nhỏ hoặc thiếu bước | Thực hiện đúng, đầy đủ các phép tính; kết quả phản ánh chính xác mối quan hệ giữa các đại lượng, trình bày rõ ràng, logic |
| <i>Phiên dịch và đánh giá kết quả</i> | Diễn giải kết quả bằng ngôn ngữ thực tiễn, kiểm tra tính hợp lí | Không diễn giải được kết quả hoặc diễn giải sai; chưa liên hệ được kết quả với mối quan hệ giữa các đại lượng trong tình huống thực tế | Diễn giải được kết quả và liên hệ bước đầu với mối quan hệ giữa các đại lượng, nhưng kiểm chứng còn hạn chế | Diễn giải rõ ràng kết quả; liên hệ đúng mối quan hệ giữa các đại lượng trong bối cảnh thực tế, có kiểm chứng và lí giải hợp lí |

3.2. Xây dựng các biểu hiện cụ thể của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh lớp 4 – chủ đề “Phân số”

Các biểu hiện cụ thể của năng lực mô hình hóa toán học ở học sinh lớp 4 có thể được xác định dựa trên bốn thành phần chính: hiểu tình huống, xây dựng mô hình toán học, giải quyết vấn đề

đề và phiên dịch kết quả. Trước hết, trong thành phần hiểu tình huống thực tế và xác định mục tiêu, học sinh cần thể hiện khả năng nhận diện thông tin liên quan đến các tình huống phân số trong đời sống, ví dụ như chia một chiếc bánh thành nhiều phần bằng nhau hoặc phân chia đất canh tác. Ở mức cơ bản, học sinh có thể chỉ nhắc lại dữ kiện rời rạc, nhưng ở mức cao hơn, các em biết phân biệt yếu tố cốt lõi, xác định đại lượng cần tìm và phát biểu lại vấn đề theo cách rõ ràng hơn.

Tiếp theo là xây dựng mô hình toán học, thể hiện ở khả năng chuyển đổi tình huống đời sống sang ngôn ngữ toán học. Ví dụ, trong tình huống “Một chiếc bánh được chia thành 12 phần, Lan ăn 3 phần, Minh ăn 5 phần. Hỏi cả hai bạn đã ăn bao nhiêu phần chiếc bánh?”, học sinh có thể vẽ chiếc bánh chia thành 12 phần, tô màu phần đã ăn, từ đó biểu diễn bằng biểu thức $\frac{3}{12} + \frac{5}{12}$. Mức độ năng lực được thể hiện rõ khi học sinh không chỉ vẽ đúng sơ đồ và viết đúng phân số, mà còn lí giải mối quan hệ giữa các phần và toàn thể, cũng như lí do cộng hai phân số cùng mẫu.

Ở thành phần giải quyết vấn đề toán học, học sinh lớp 4 cần thực hiện chính xác các phép toán với phân số, đồng thời trình bày lời giải một cách logic, rõ ràng. Trong ví dụ trên, học sinh biết tính $\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Ở mức cao, học sinh có thể đưa ra lập luận đầy đủ: “Lan và Minh đã ăn tổng cộng 8 phần trên 12 phần chiếc bánh, rút gọn thành $\frac{2}{3}$ ”. Điều này cho thấy học sinh vừa làm đúng phép tính, vừa trình bày có hệ thống.

Thành phần cuối cùng là phiên dịch và đánh giá kết quả, khi học sinh phải diễn giải kết quả toán học bằng ngôn ngữ thực tiễn và kiểm tra tính hợp lí. Với bài toán trên, một học sinh ở mức cơ bản có thể chỉ trả lời “ăn $\frac{8}{12}$ cái bánh”, trong khi một học sinh ở mức cao sẽ giải thích: “Lan và Minh đã ăn $\frac{2}{3}$ chiếc bánh, tức là hơn nửa chiếc bánh một chút, điều này hợp lí vì 8 phần nhỏ hơn tổng 12 phần”. Việc biết so sánh kết quả với thực tế và tự kiểm chứng cho thấy học sinh có khả năng phân tư, một dấu hiệu quan trọng của NL MHH.

Để cụ thể hóa quá trình đánh giá, có thể sử dụng nhiệm vụ kiểm tra mẫu sau:

Tình huống. Một chiếc bánh được chia thành 12 phần, Lan ăn 3 phần, Minh ăn 5 phần. Hỏi cả hai bạn đã ăn bao nhiêu phần chiếc bánh?

Mục tiêu đánh giá: Biết đọc kĩ đề bài, tìm đúng thông tin cần thiết (12 phần, Lan ăn 3 phần, Minh ăn 5 phần); Biết vẽ hình hoặc sơ đồ để minh họa tình huống; Biết viết phân số và làm phép cộng phân số đúng; Biết nói lại kết quả bằng lời, giải thích được tại sao kết quả hợp lí.

Bảng 2. Rubric đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của tình huống

| Thành phần năng lực | Biểu hiện | Mức 1 – Chưa đạt | Mức 2 – Đạt yêu cầu | Mức 3 – Thành thạo |
|---|--|--|--|---|
| <i>Hiểu tình huống thực tế và xác định mục tiêu</i> | Nhận diện dữ kiện (12 phần; Lan 3 phần; Minh 5 phần), xác định đại lượng cần tìm | Chỉ nêu được một trong các dữ kiện (12 phần hoặc 3 phần hoặc 5 phần); chưa xác định được yêu cầu “tổng số phần bánh đã ăn” | Nêu được hầu hết các dữ kiện (12 phần; Lan 3 phần; Minh 5 phần) và xác định được yêu cầu tìm tổng số phần bánh đã ăn, nhưng diễn đạt còn chưa rõ | Xác định đầy đủ và chính xác các dữ kiện (12 phần; Lan 3 phần; Minh 5 phần); phát biểu rõ ràng mục tiêu tìm tổng số phần bánh Lan và Minh đã ăn |
| <i>Xây dựng mô hình toán học</i> | Biểu diễn tình huống bằng sơ đồ bánh, phân số và phép tính | Không vẽ được sơ đồ bánh hoặc vẽ sai; không viết được các phân số $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{12}$ hoặc viết sai; chưa thiết lập được phép cộng | Vẽ được sơ đồ bánh hoặc viết được các phân số $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{12}$ và phép cộng, nhưng biểu diễn còn thiếu hoặc chưa chính xác | Vẽ đúng sơ đồ chiếc bánh chia 12 phần, thể hiện rõ 3 phần và 5 phần đã ăn; viết đúng các phân số $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{12}$ và phép cộng tương ứng |

| | | | | |
|---------------------------------------|--|---|---|---|
| <i>Giải quyết vấn đề toán học</i> | Thực hiện phép cộng phân số và trình bày lời giải | Thực hiện sai phép cộng $3/12 + 5/12$ hoặc không hoàn thành phép tính | Thực hiện đúng phép cộng $3/12 + 5/12 = 8/12$ nhưng trình bày còn thiếu bước hoặc chưa rõ ràng | Thực hiện đúng và đầy đủ phép cộng $3/12 + 5/12 = 8/12$; trình bày lời giải mạch lạc, logic |
| <i>Phiên dịch và đánh giá kết quả</i> | Diễn giải kết quả và kiểm tra tính hợp lí trong bối cảnh thực tế | Không diễn giải được kết quả hoặc diễn giải sai ý nghĩa của $8/12$ chiếc bánh | Diễn giải được kết quả “Lan và Minh đã ăn $8/12$ chiếc bánh”, nhưng chưa giải thích hoặc kiểm chứng tính hợp lí | Diễn giải rõ ràng kết quả “Lan và Minh đã ăn $8/12$ chiếc bánh”, giải thích được tính hợp lí ($8/12$ nhỏ hơn $12/12$) và liên hệ với tình huống thực tế |

Qua đó, có thể thấy các biểu hiện cụ thể của NL MHH trong chủ đề phân số lớp 4 vừa phản ánh tiến trình phát triển nhận thức của học sinh, vừa cung cấp cơ sở để giáo viên quan sát, phân loại và hỗ trợ quá trình học tập một cách khoa học và hệ thống.

3.3. Xây dựng thang đo đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh lớp 4 – chủ đề “Phân số”

Việc xây dựng thang đo đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh lớp 4 trong dạy học chủ đề phân số được thực hiện trên cơ sở yêu cầu cần đạt của CTGDPT 2018, đồng thời tham khảo và điều chỉnh các khung lí thuyết quốc tế về mô hình hóa toán học (Blum & Kaiser, 1997; Ludwig & Xu, 2010; OECD, 2019). Bên cạnh việc phân tích cơ sở lí luận và chương trình, nghiên cứu còn tiến hành tham vấn chuyên gia nhằm rà soát cơ sở xây dựng, cấu trúc và tính khả dụng của thang đo trong bối cảnh dạy học ở tiểu học. Theo ý kiến của chuyên gia, các tác giả đã xác định được những căn cứ cơ bản để thiết kế thang đo phù hợp với mục tiêu đánh giá trên cơ sở kế thừa kết quả nghiên cứu trong nước và quốc tế; cấu trúc thang đo nhìn chung phù hợp với mục đích đánh giá NL MHH trong dạy học chủ đề phân số và với đặc điểm của học sinh lớp 4. Tuy nhiên, chuyên gia cũng lưu ý cần tiếp tục rà soát cách diễn đạt các chỉ báo và mức độ theo hướng chặt chẽ, ngắn gọn, rõ nghĩa hơn; bổ sung một số ví dụ minh họa gắn với chủ đề phân số; đồng thời tổ chức thử nghiệm thang đo qua thêm một số vòng, trên các quy mô và nhóm đối tượng khác nhau, nhằm tiếp tục hoàn thiện công cụ đánh giá. NL MHH được quan niệm là một năng lực phức hợp, không chỉ biểu hiện ở kết quả giải đúng mà còn ở toàn bộ quá trình học sinh nhận diện tình huống, xây dựng mô hình, vận dụng công cụ toán học để giải quyết, sau đó diễn giải và kiểm chứng kết quả trong ngữ cảnh thực tiễn. Vì vậy, thang đo được xây dựng cần phản ánh đầy đủ các thành tố của tiến trình này, đồng thời bảo đảm sự phù hợp với đặc điểm nhận thức và trình độ của học sinh tiểu học.

Dựa trên Bảng 1 và Bảng 2, chúng tôi tiến hành xây dựng thang đo theo nguyên tắc phát triển năng lực từ mức độ thấp đến cao, thể hiện sự tiến bộ của học sinh trong từng thành phần. Cụ thể, mỗi thành phần được chia thành ba mức độ: Mức 1 – Chưa đạt: Học sinh chưa nhận diện được yêu cầu của tình huống, không thiết lập được mô hình hoặc mô hình sai, không thực hiện được phép tính hoặc đưa ra kết quả không phù hợp. Mức 2 – Đạt yêu cầu: Học sinh cơ bản nhận diện được tình huống, xây dựng được mô hình tương đối phù hợp, thực hiện phép tính chính xác nhưng còn hạn chế trong diễn đạt hoặc kiểm chứng kết quả. Mức 3 – Thành thạo: Học sinh nhận diện và phân tích đầy đủ tình huống, xây dựng được mô hình chính xác, giải quyết đúng và trọn vẹn bài toán, đồng thời diễn giải rõ ràng, kiểm chứng và lí giải được kết quả trong bối cảnh thực tiễn.

Việc mô tả cụ thể các hành vi quan sát được ở ba mức độ này giúp giáo viên có cơ sở để theo dõi tiến trình phát triển năng lực của học sinh, thay vì chỉ dừng lại ở việc kiểm tra kết quả đúng – sai. Đồng thời, thang đo cũng tạo điều kiện cho việc xây dựng các công cụ đánh giá đa dạng (câu hỏi, bài tập tình huống, bảng kiểm, rubric) và có giá trị tham khảo cho các nghiên cứu tiếp theo về năng lực mô hình hóa toán học ở bậc tiểu học.

Ví dụ. Một đoạn dây dài 1 mét được chia thành 4 phần bằng nhau. Nam dùng 1 phần để buộc cây, Hoa dùng 2 phần để gói quà. Hỏi cả hai bạn đã dùng bao nhiêu mét dây?

Mục tiêu đánh giá: Biết đọc và hiểu đề bài, xác định được dữ kiện (đoạn dây 1 m chia thành 4 phần; Nam dùng 1 phần, Hoa dùng 2 phần); Biết biểu diễn bằng hình vẽ hoặc sơ đồ, viết được phân số $\frac{1}{4}$ và $\frac{3}{4}$; Biết làm phép cộng phân số cùng mẫu để tìm số mét dây đã dùng; Biết trả lời bằng lời giải thực tế, gắn với tình huống (Nam và Hoa đã dùng $\frac{3}{4}$ mét dây), đồng thời kiểm tra xem kết quả có hợp lí hay không.

Bảng 3. Rubric đánh giá năng lực mô hình hóa của HS qua ví dụ

| Thành phần năng lực | Biểu hiện | Mức 1 – Chưa đạt | Mức 2 – Đạt yêu cầu | Mức 3 – Thành thạo |
|---|--|--|--|---|
| <i>Hiểu tình huống thực tế và xác định mục tiêu</i> | Nhận diện dữ kiện (1 m; chia 4 phần; Nam 1 phần; Hoa 2 phần), xác định đại lượng cần tìm | Chỉ nêu được một số dữ kiện (1 m hoặc 4 phần hoặc Nam/Hoa); chưa xác định được yêu cầu tìm tổng số mét dây đã dùng | Nêu được hầu hết các dữ kiện (1 m, chia 4 phần, Nam 1 phần, Hoa 2 phần) và xác định được yêu cầu tìm tổng số mét dây đã dùng, nhưng diễn đạt còn chưa rõ | Xác định đầy đủ và chính xác các dữ kiện (1 m; chia 4 phần; Nam 1 phần; Hoa 2 phần); phát biểu rõ ràng mục tiêu tìm số mét dây cả hai bạn đã dùng |
| <i>Xây dựng mô hình toán học</i> | Biểu diễn bằng sơ đồ đoạn dây, phân số và phép tính | Không vẽ được sơ đồ đoạn dây hoặc vẽ sai; không viết được các phân số $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ hoặc viết sai; chưa thiết lập được phép cộng | Vẽ được sơ đồ đoạn dây hoặc viết được các phân số $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ và phép cộng, nhưng biểu diễn còn thiếu hoặc chưa chính xác | Vẽ đúng sơ đồ đoạn dây 1 m chia 4 phần bằng nhau; viết đúng các phân số $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ và phép cộng tương ứng |
| <i>Giải quyết vấn đề toán học</i> | Thực hiện phép cộng phân số và trình bày lời giải | Thực hiện sai phép cộng $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ hoặc không hoàn thành phép tính | Thực hiện đúng phép cộng $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$ nhưng trình bày còn thiếu bước hoặc chưa rõ ràng | Thực hiện đúng và đầy đủ phép cộng $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$; trình bày lời giải mạch lạc, logic |
| <i>Phiên dịch và đánh giá kết quả</i> | Diễn giải kết quả bằng ngôn ngữ thực tiễn, kiểm tra tính hợp lí | Không diễn giải được kết quả hoặc diễn giải sai ý nghĩa của $\frac{3}{4}$ m dây | Diễn giải được kết quả “Nam và Hoa đã dùng $\frac{3}{4}$ m dây”, nhưng chưa giải thích hoặc kiểm chứng tính hợp lí | Diễn giải rõ ràng kết quả “Nam và Hoa đã dùng $\frac{3}{4}$ m dây”, giải thích được tính hợp lí ($\frac{3}{4} \text{ m} < 1 \text{ m}$) và liên hệ với tình huống thực tế |

4. Kết luận

Nghiên cứu này đã tập trung mô tả quá trình xây dựng thang đo đánh giá NL MHH cho học sinh lớp 4 trong dạy học chủ đề “Phân số”. Trên cơ sở kế thừa các khung lí thuyết quốc tế và yêu cầu của CTGDPT 2018, bài báo đã xác định bốn thành phần cốt lõi của NL MHH (hiểu tình huống, xây dựng mô hình, giải quyết vấn đề toán học và phiên dịch – đánh giá kết quả), đồng thời cụ thể hóa thành các biểu hiện phù hợp với đặc điểm nhận thức của học sinh tiểu học.

Thang đo được thiết kế với các mức độ từ thấp đến cao, cho phép không chỉ đánh giá kết quả mà còn quan sát tiến trình học sinh tham gia hoạt động mô hình hóa. Việc minh họa bằng các tình huống thực tiễn như chia bánh, đo chiều dài đã cho thấy khả năng vận dụng linh hoạt của thang đo trong việc kiểm tra, quan sát và phân loại năng lực của học sinh. Điều này khẳng định giá trị

kép của thang đo: vừa là công cụ khoa học hỗ trợ nghiên cứu, vừa là phương tiện hữu ích giúp giáo viên thiết kế, tổ chức và đánh giá hoạt động dạy học toán học theo định hướng phát triển năng lực.

Tóm lại, việc xây dựng thang đo đánh giá NL MHH cho học sinh lớp 4 trong chủ đề “Phân số” là một bước khởi đầu cần thiết, góp phần bổ sung công cụ đánh giá trong giáo dục toán học tiểu học ở Việt Nam, đồng thời tạo tiền đề cho các nghiên cứu và ứng dụng tiếp theo về phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh phổ thông.

Ghi chú về tác giả: TS. Nguyễn Thủy Chung là Trưởng khoa tại Khoa Giáo dục Tiểu học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Việt Nam; Th.S. Lưu Trà My là giảng viên tại Khoa Giáo dục Tiểu học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Việt Nam. Tác giả 1: Xây dựng ý tưởng, phương pháp, viết bản thảo, giám sát và chỉnh sửa; Tác giả 2: viết bản thảo, phân tích dữ liệu, trực quan hóa và chỉnh sửa.

Tuyên bố về xung đột lợi ích: Các tác giả tuyên bố không có xung đột lợi ích.

Lời cảm ơn. Nghiên cứu được tài trợ bởi Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, mã số SPHN24-07.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Blum, W., & Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden [Comparative empirical studies on mathematical application skills of English and German learners]. Unpublished manuscript, German Research Foundation, Bonn, Germany.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Bộ Giáo dục và Đào tạo, (2018). *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán*. Bộ Giáo dục và Đào tạo.
- Consortium for Mathematics and Its Applications (COMAP) & Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM). (2019). *GAIMME: Guidelines for Assessment and Instruction in Mathematical Modeling Education (2nd Ed.)*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Kaiser G, Blomhøj M, & Sriraman B, (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 82-85.
- Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Routledge.
- Lê, T.H.C., & Nguyễn, T.N. (2019). Đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong dạy học chủ đề “Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số” ở lớp 12. *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 16(12), 891-906. <https://doi.org/10.54607/hcmue.js.16.12.2551>(2019)
- Ludwig, M., & Xu, B. (2010). A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 77-97.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- OECD. (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113–142.
- Phạm, T.T.T., (2019). Một số biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh tiểu học thông qua dạy học phân số. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, (số 15 tháng 3).